Governo do Estado de São Paulo
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo
Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas
Escola de Tempo Integral

OFICINA DE EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS
CICLOS I e II

Autores - Equipe da CENP
Angélica da Fontoura Garcia Silva
Luis Fábio Simões Pucci
Ruy Pietropaolo

Professores colaboradores
Norma Kerches Rogeri
Silvia Sentelhas

Organizadores
Dulce Satiko Onaga
José Carlos Fernandes Rodrigues
Júlia Borin

São Paulo, 2008

Oficinas Curriculares de Experiências Matemáticas

Características e Objetivos

Trata-se de uma oficina cujo objetivo é o enriquecimento curricular desenvolvido em todas as escolas de tempo integral. As atividades a serem desenvolvidas em Experiências Matemáticas devem envolver contextos e situações para que os alunos possam:

- rever e/ou aprofundar conceitos e procedimentos matemáticos já estudados, por meio de metodologias diferenciadas e inovadoras como a resolução de problemas (incluindo problematizações de jogos), história da Matemática, uso de materiais concretos, novas tecnologias e projetos;
- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Priorizar o fazer

As atividades devem ser propostas em diferentes contextos, apresentando, tanto quanto possível, caráter lúdico e desafiador. Assim, é essencial considerar que as aulas destinadas às Experiências Matemáticas devem ser impregnadas de um **certo ativismo.**

Portanto, com o objetivo de subsidiar os professores que trabalham nessa Oficina, apresentamos sugestões de seqüências didáticas para o trabalho com Oficina de Jogos. Oficina de Geometria e Oficina de Resolução de Problemas.

Sumário

Oficina de Jogos

Considerações Iniciais

Essas oficinas têm por objetivo subsidiar o professor na organização e elaboração de opções de trabalho, visando a atuações mais dinâmicas do aluno diante do aprender matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais salientam alguns "caminhos" para o "fazer matemática" em sala de aula. São eles:

- Resolução de problemas
- Jogos
- Tecnologias da informação
- História da matemática

Por meio de sugestões de atividades em oficinas, destacaremos aspectos relevantes de alguns desses "caminhos".

Os jogos compõem uma alternativa interessante de trabalho na construção do conhecimento matemático, pois, ao jogar, os envolvidos são "levados" a tomar decisões no momento da escolha de uma jogada, levantar hipóteses que deverão ser testadas durante o jogo, argumentar na troca de informações e principalmente desenvolver habilidades de observação, concentração e generalização.

Focaremos dois tipos de jogos:

- de aplicação
- de estratégia

Jogos de aplicação: jogos em que se utilizam conceitos, propriedades ou técnicas.

Jogos de estratégia: são caracterizados pela busca de uma estratégia vencedora e que favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Proposta 1: Jogo das sete cobras

Material: dois tabuleiros, dois dados, 10 fichas e sete peões (cobras) de uma cor e 10 fichas e sete peões (cobras) de outra cor.

Nº de participantes: duplas.

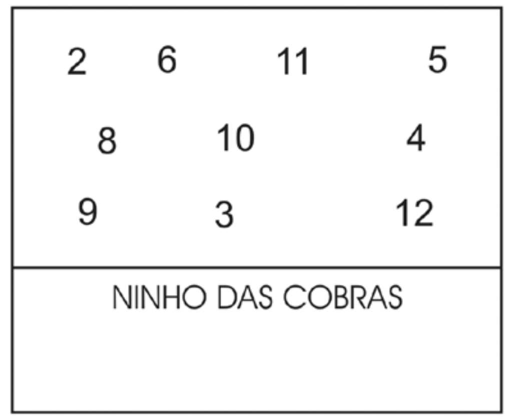
Adequação: 1ª a 4ª séries

Objetivos:

- fixar fatos fundamentais da adição;
- trabalhar com resolução de problemas.

Desenvolvimento:

Divida a classe em duplas e entregue o material do jogo.



Coloque as regras na lousa:

Regras:

- Cada jogador, na sua vez, arremessa os dados, calcula a soma dos valores obtidos e coloca uma ficha no número que representa o resultado obtido, mas se o resultado for 7 coloca uma cobra (peão) no ninho das cobras.
- Se o resultado obtido já estiver marcado, o jogador passa a sua vez.
- Ganha o jogador que tiver marcado todos os números primeiro sem ter sete cobras no seu ninho ou quando o seu adversário tiver sete cobras mesmo que não tenha marcado todos os números.

O professor deve questionar os alunos a partir de algumas situações que surjam no decorrer do jogo, como, por exemplo:

- Quais são as possibilidades de marcar 6?
  O 6 pode ser formado por 2 e 4 ou 4 e 2 ou 1 e 5 ou 5 e 1 ou 3 e 3.
- Se eu somar 1+5 e 5+1, por que encontro o mesmo resultado?
  Pode-se perguntar se isso acontece com outros números.
- Por que 0 e 1 não aparecem no tabuleiro do jogo?
- Por que o maior número do tabuleiro é 12?
- Por que o jogo é das "sete cobras"?
  Para essa pergunta, em muitos casos os alunos respondem "porque o número sete é mágico". O professor então deve mostrar de quantas formas é possível obter todos os resultados do tabuleiro.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	2+6	3+6	4+6	5+6	6+6
	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	
		2+2	2+3	2+4	2+5	3+5	4+5	5+5		
			3+2	4+2	5+2	5+3	5+4			
				3+3	3+4	4+4				
					4+3					

Peça que os alunos observem que a soma 7 é a que tem mais chance de sair, enquanto as somas 2 ou 12 só têm uma chance.

O professor também poderá propor pequenos problemas como:

- Se eu tirei 3 num dado, quanto não devo tirar no outro para não colocar uma cobra no meu ninho?
- Se num dado saiu 5, é possível marcar o 12?

Proposta 2: Fan-tan

Material: duas folhas de papel sulfite e grãos de milho.
Nº de participantes: grupos de até cinco alunos.
Adequação: 1ª e 2ª séries
Objetivos:

- Trabalhar a idéia da divisão.
- Inferir que o resto de uma divisão é sempre menor que o divisor ou que o maior resto possível é o antecessor do divisor.

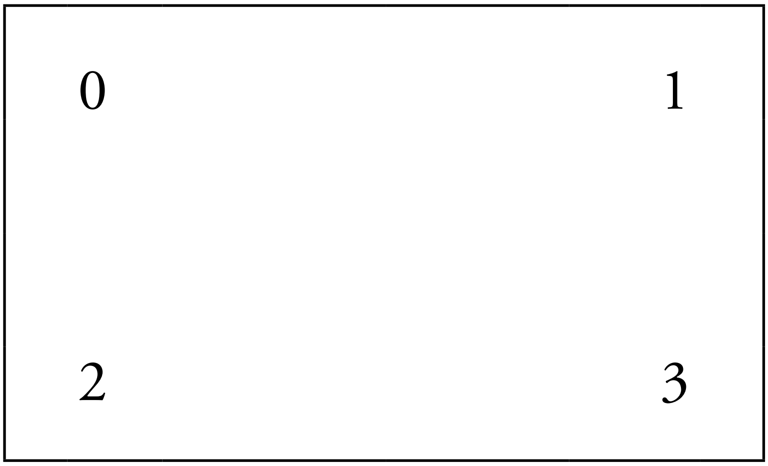
Desenvolvimento:

Situação 1

Divida a classe em grupos de cinco crianças.

Entregue a cada grupo alguns grãos de milho, que deverão ficar no centro da mesa, e duas folhas de papel.

Numa folha, cada grupo deve marcar os números 0, 1, 2 e 3, um em cada canto; esse será o tabuleiro do jogo.



Na outra folha, cada grupo deve construir uma tabela onde serão registrados os resultados de cada partida, da seguinte maneira:

canto / partida	0	1	2	3
1ª				
2ª				
3ª				
4ª				
5ª				
5ª				
7ª				
8ª				

Explique o jogo:

- Cada um dos jogadores escolhe um dos cantos da folha.
- O secretário coloca no centro da folha um punhado qualquer de grãos, sem contá-los.
- Em seguida, o secretário separa os grãos em montinhos de três.
- Ganha um ponto quem escolheu o canto onde está registrado o número de grãos que sobraram.
- O secretário anota na tabela o resultado da partida.
- Serão jogadas oito partidas.
- Depois das oito partidas, o ganhador será aquele que tiver mais pontos.

Ao final do jogo, o professor recolhe as folhas com as tabelas dos secretários de cada grupo e as copia na lousa. Em seguida faz a seguinte pergunta:

- Por que o jogadores que escolheram o canto 3 nunca ganharam?

É importante que os alunos percebam que se o secretário está dividindo os grãos em montinhos de três em três, nunca será possível sobrarem três grãos.

Depois, lance a seguinte pergunta:

- Quantos grãos é preciso ter, nos montinhos que o secretário vai fazer, para que, em cada partida, qualquer um dos quatro jogadores possa ser o vencedor?

Ao final, discuta com a classe por que, ao dividir uma certa quantidade por 4, o resto é sempre 0, 1, 2 ou 3.

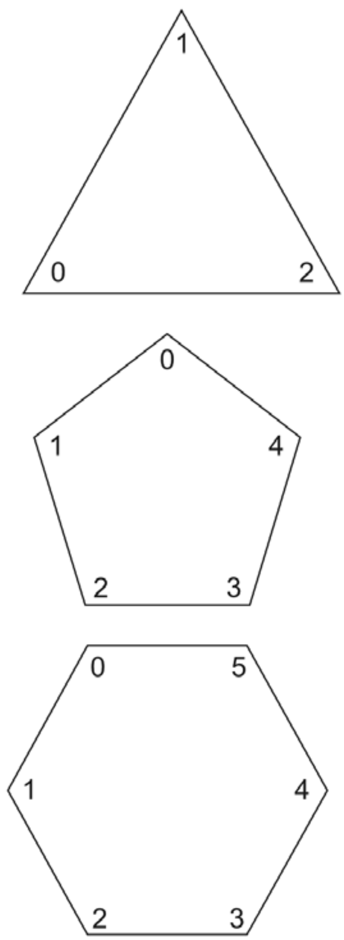
Uma vez concluído que o secretário deverá fazer montinhos de quatro grãos, deixe os grupos jogarem novamente, dizendo que o nome do jogo é o fan-tan.

Conte um pouco sobre a origem desse jogo:

> Os coreanos têm um antigo provérbio que diz: "Quem quiser perdurar no mundo, deve perdurar no fan-tan". Mas, apesar da sua popularidade na Coréia, esse jogo surgiu na China há centenas de anos. Depois se espalhou por vários países asiáticos e chegou à Europa através dos portugueses que o conheceram em Macau.
>
> Fonte: *Os melhores jogos do mundo.* São Paulo: Abril, 1978.

Situação 2

Desenhe as seguintes figuras no quadro-negro:



Mostrando cada um dos desenhos, pergunte:

- Quantos jogadores podem jogar?
- Quantos grãos deve haver nos montinhos formados pelos secretários? Por quê?

O professor também pode dizer os nomes das figuras geométricas que cada tabuleiro representa. Peça aos alunos para que formem novos grupos, reproduzam as figuras e joguem outra vez.

Variações e adequações às diferentes séries:

Para as outras séries, o professor deve pedir que os alunos construam o tabuleiro com transferidor ou compasso.

Proposta 3: O jogo do resto[1]

Material: um tabuleiro, um dado e fichas ou peões de cores diferentes.

Nº de participantes: grupos de até cinco alunos.

Adequação: 3ª a 8ª séries

Objetivos:

Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- exercitar cálculo de divisões simples e das tabuadas;
- explorar o conceito de divisores de um número;
- identificar os divisores de um número;
- associar o conceito de "ser divisível por" com o conceito de "ser múltiplo de";
- analisar os possíveis valores para os restos das divisões dos números do tabuleiro pelos números que aparecem nos dados;
- analisar o quociente de uma divisão onde o divisor é o número zero.

Conteúdos:

- multiplicação
- divisão
- divisibilidade

Desenvolvimento:

Organize os alunos em grupos de até cinco elementos.

Solicite a cada grupo que construa o tabuleiro - Jogo do Resto - conforme o modelo abaixo, um dado e uma ficha (de cor diferente) para cada jogador. Os alunos decidem o critério para início do jogo e todos saem da casa de número 25. Cada jogador, em sua vez, joga o dado e realiza uma divisão, em que:

- o dividendo é o número da casa em que está o marcador e o divisor é o número de pontos obtidos no dado;
- o número de casas que cada jogador avançará é igual ao resto dessa divisão.

O jogador que, em sua vez, efetuar um cálculo errado perde a vez de jogar; ganha o jogo quem atingir primeiramente a casa do Vencedor exatamente, sem ultrapassá-la.

Por exemplo: um jogador está na casa 71 e obtém 3 no dado; anda duas casas (resto 2 na divisão de 71 por 3) e vence o jogo. Se ele está na casa 71 e obtém 4, então anda 3 casas assim: 68 – CHEGADA – 68, isto é, vai e volta.

1. Jogo extraído do livro *Experiências matemáticas* – 5ª série – CENP.

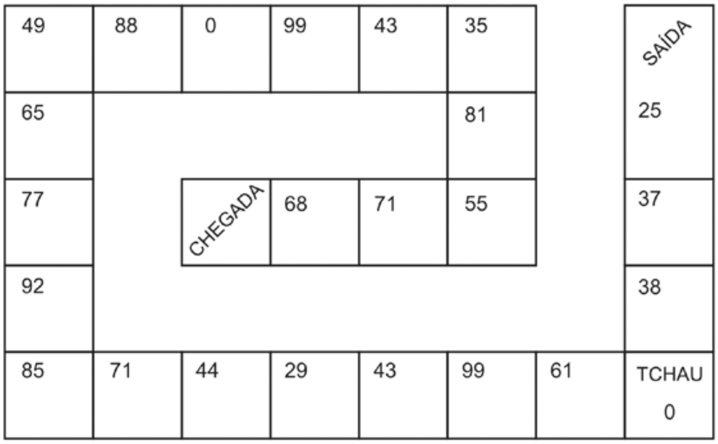


Figura 1: Modelo do tabuleiro do jogo do resto

Orientações ao professor

É importante que os alunos joguem algumas partidas para perceberem relações importantes sobre divisões de um número. Algumas questões podem ser propostas, como:

- Qual é o maior número de casas que um jogador pode andar?
- Em que casas um jogador não tem interesse em cair?
- Se um jogador estiver na casa 88 à frente dos demais, qual o "pior" resultado que ele poderia obter no dado?
- Em que situação o jogador não sai do lugar?
- Quais resultados no dado que não permitem ao jogador avançar?
- Quais são as "melhores" casas do jogo? E as piores?
- Como é possível saber se um número é divisível por 2 sem efetuar a divisão por 2?
- O que acontece quando o jogador cai na casa "0"?

Outras possibilidades de exploração do jogo

- Solicitar que os alunos pintem de azul os números do tabuleiro que são divisíveis por 2 e de amarelo aqueles que são divisíveis por 3, e levantar questões do tipo:
- Por que alguns números ficaram verdes?
- Qual é a relação entre esses números e o produto de 2 por 3?

Observação ao professor

Uma variação desse jogo é obtida se solicitarmos a confecção de dados com outras formas geométricas além da do cubo, com o objetivo de explorarmos possíveis planificações desses sólidos e permitir a escolha de uma nova seqüência numérica.

Proposta 4: Batalha dupla da adição

Material:. cartas numeradas de 1 até 10, sendo quatro cartas de cada uma
Nº de participantes: duplas
Adequação: 1ª e 2ª séries
Objetivo: memorizar a tabuada da adição

Desenvolvimento:
A classe é divida em duplas ou em grupos de quatro alunos que formaram duas equipes.
O professor escreve na lousa as regras do jogo:

Regras:

1. As cartas são embaralhadas, divididas igualmente em quatro pilhas viradas para baixo e duas pilhas devem ser colocadas na frente de cada jogador.
2. Os jogadores simultaneamente viram as primeiras cartas das suas duas pilhas, adicionam os seus valores e quem conseguir a maior soma pega as quatro e as coloca ao seu lado.
3. Se houver um empate, essa situação chama-se "guerra", então essas cartas são deixadas no centro da mesa, cada jogador novamente vira uma carta de cada uma de suas pilhas, adiciona os seus valores e aquele que conseguir a maior soma leva todas as cartas (inclusive as que estão no centro da mesa).
4. Ganha quem ao final do jogo tiver o maior número de cartas.

Em seguida, o professor pede que os alunos leiam as regras e questiona-os a respeito delas. Depois que todos entenderam as regras os grupos começam a jogar

Variação: esse jogo pode ser explorado com a subtração.
Variações e adequações às diferentes séries:
Para 3ª, 4ª e 5ª séries, esse jogo pode ser explorado para a multiplicação.

Proposta 5: Guerra da multiplicação[2]

Material: 10 cartas de baralho (de ás ao 10) ou cartões confeccionados para cada participante.
Nº de participantes: 2
Adequação: 3ª a 5ª séries
Objetivo: memorizar a tabuada
Conteúdo: multiplicação envolvendo números naturais

2. Jogo adaptado do livro *Desvendando a aritmética*, de Constance Kamii – Ed. Papirus, 1995.

Desenvolvimento

Todas as cartas são embaralhadas e distribuídas aos dois jogadores, sendo colocadas em frente a cada um em montes virados para baixo.

Simultaneamente, cada jogador vira a primeira carta do seu monte e quem anunciar primeiro o produto dos dois números fica com as duas cartas.

O vencedor é o jogador que coletar mais cartas.

Variação: esse jogo pode ser explorado com a adição.

Proposta 6: Desafio da tabuada

Objetivos: desenvolver a capacidade de análise, formulação de hipóteses, tomada de decisões e a memorização da tabuada.

Nº de participantes: quatro ou mais.

Material: um monte com sete cartas com os números 2, 3, 4, 5, 7, 8 e 9.

Conteúdo: multiplicação

Desenvolvimento

- Um dos jogadores escolhe quatro cartas desse monte sem que os demais vejam. Os outros jogadores devem descobrir quais são as quatro cartas.
- Cada jogador, na sua vez, pergunta: você tem duas cartas cujo produto é... (20, por exemplo).
- O jogador que tem as cartas na mão apenas responde *sim* ou *não*.
- Os produtos que vão sendo ditos são registrados na lousa, quando o jogo está sendo realizado com todos os alunos (ou em uma folha se os grupos forem menores) para que possam analisar as tentativas que vão sendo ditas, bem como as respostas "sim" ou "não".
- O vencedor é aquele que conseguir dizer, em primeiro lugar, quais são todas as quatro cartas escolhidas.
- Se a resposta não estiver correta, o jogador perde a vez de jogar.

Orientações ao professor

Os jogos com cartas são instrumentos importantes para memorização de fatos fundamentais da adição, subtração ou multiplicação.

As tabelas com as tabuadas podem ser escritas e utilizadas para que o aluno perceba regularidades e, à partir dessa análise, estabeleça relações importantes entre os resultados das tabuadas e que podem auxiliá-lo na sua memorização.

Exemplo:

1x2=2	1x4=4
2x2=4	2x4=8
3x2=6	3x4=12
4x2=8	4x4=16
5x2=10	5x4=20
6x2=12	6x4=24
7x2=14	7x4=28
8x2=16	8x4=32
9x2=18	9x4=36
10x2=20	10x4=40

Observando essas duas tabuadas, o que podemos perceber?

Por exemplo:

- resultados pares
- os resultados da tabuada do 4 são o dobro dos da tabuada do 2
- é possível, observando esses resultados, saber quanto é 11x2? E 12x2?

Proposta 7: Trinca

Material: cartões numerados de 1 a 100 (cem cartões) para cada grupo de alunos.

Nº de participantes: de 3 a 6

Objetivo: explorar as quatro operações envolvendo números de 1 a 100.

Conteúdo: as quatro operações

Desenvolvimento

Os cartões são embaralhados e cada jogador recebe oito deles.

O jogo se inicia quando um dos jogadores coloca sobre a mesa um dos seus cartões com o número visível.

O segundo jogador, da mesma forma, coloca um cartão ao lado do primeiro.

Em seguida, cada jogador, na sua vez, coloca:

- um de seus cartões numa das extremidades da linha formada, ou:
- um de seus cartões sobre dois cartões vizinhos já colocados. Neste caso, o número indicado sobre o cartão deverá ser a soma, a diferença, o produto ou o quociente dos números cobertos pelos dois cartões.

Ao formar uma trinca, o jogador ganhará os três cartões, que sairão do jogo. A seqüência diminuirá e o jogo continuará.

O jogo termina quando um dos jogadores não tem mais cartões. O vencedor será aquele que fizer mais trincas.

Exemplo:

9	11	3	21	86	14

63

Um jogador colocou 63 sobre 3 e 21 e ganhou a trinca 3, 21 e 63, porque 63=3x21.

19	11	86	14

72

Outro jogador ganhou a trinca 14, 72 e 86 por que 86-14=72. E assim a seqüência ficou reduzida a

19	11

Proposta 8: Labirinto

Material: um tabuleiro, um marcador (botão, peão...), duas calculadoras, duas folhas de registro, dois lápis.

Nº de participantes: dois

Objetivos:

- ampliar o conceito de número;
- explorar o resultado das operações adição, subtração, multiplicação e divisão entre números decimais;
- identificar relações importantes das operações multiplicação e divisão entre números decimais;
- desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo.

Conteúdo: operações entre números decimais

Desenvolvimento:

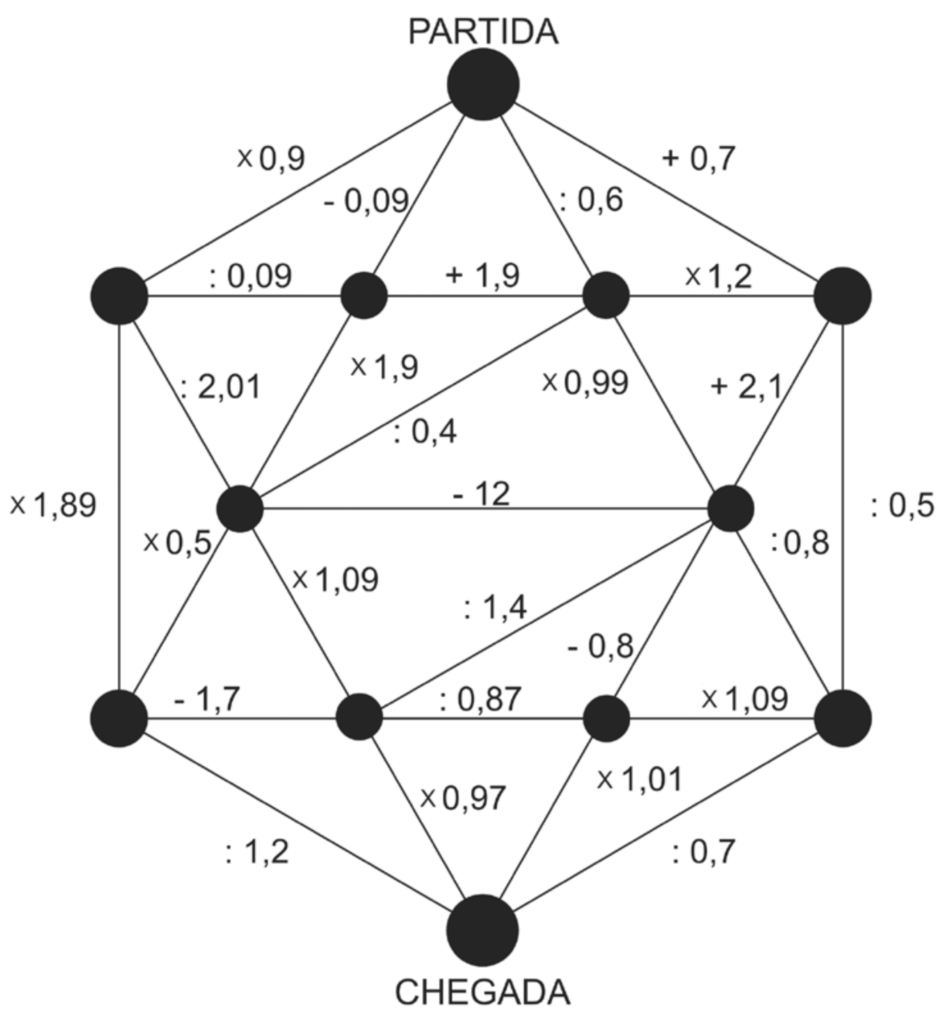
- no inicio do jogo o marcador está no local de **partida**;
- cada um dos jogadores digita o número de partida (100) na sua calculadora;
- o primeiro jogador, à sua escolha, desloca o marcador da posição de partida para outra adjacente e efetua a operação indicada no segmento percorrido, usando a calculadora;
- o segundo jogador faz o mesmo, partindo da posição do marcador deixada pelo jogador anterior. E assim sucessivamente;

- o percurso pode ser feito em qualquer direção e em qualquer sentido, mas cada segmento não pode ser percorrido duas vezes em duas jogadas consecutivas;
- todas as jogadas devem ser registradas na folha de registros;
- o jogo acaba quando um dos jogadores alcança a posição **chegada**;
- ganha o jogador que tiver o maior número de pontos na sua calculadora.

Variações

- Cada jogador coloca um marcador no ponto de partida, introduz o número 100 na sua calculadora e, seguindo as regras descritas acima, determina o seu próprio percurso, partindo sempre, em cada jogada, da posição indicada pelo seu marcador.
- Ao iniciar o jogo, cada jogador escolhe e traça o seu percurso "colorido" desde a partida até a chegada. Depois, cada jogador, usando a calculadora, efetua as operações correspondentes ao percurso escolhido. Ganha o jogador que obtiver maior pontuação.

Figura 2: Tabuleiro labirinto



Labirinto - Folha de registros

Nome_________________________________Série________Nº_____

Registro das operações/ percurso	Resultado	Observações

Labirinto - Avaliação do jogo

Nome_________________________________Série________Nº_____

Meus comentários sobre o jogo

O que foi fácil?

O que foi difícil?

Do que eu gostei?

Minhas descobertas durante o jogo

Proposta 9: Buscando somas iguais.[3]

Material: Cartolina, régua, tesoura e dez cartões numerados de 0 a 9.

Nº de participantes: dois ou mais alunos.

Adequação: 2ª a 6ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- utilizar recursos de cálculo mental;
- memorizar fatos fundamentais da adição.

Conteúdos:

Fatos fundamentais da adição.

Desenvolvimento:

Fase 1: Confecção de material

Solicite aos alunos que:

a) recortem 10 cartões do mesmo tamanho e numerem-nos de 0 a 9;

b) copiem, em uma folha, fichas conforme o modelo seguinte:

NOME DO JOGADOR				PONTOS OBTIDOS

NOME DO JOGADOR				PONTOS OBTIDOS

Fase 2: As regras

Objetivo do jogo: Obter, após cada rodada, o maior número de somas iguais.

1. Retire, ao acaso, quatro cartões. Cada jogador escreve na sua folha os números que saíram, colocando-os um em cada coluna.

2. Escolha quatro novos cartões. Cada jogador escreve os números obtidos, cada um deles em uma coluna de sua escolha (sempre um só número por coluna) e soma ao número precedente na coluna.

3. A segunda rodada e as rodadas seguintes se desenvolvem da mesma maneira: a cada novo número de uma coluna adiciona-se a soma precedente obtida.

4. Jogam-se dez rodadas e depois calculam-se os pontos obtidos.

3. Adaptado de *Jeux et activités numériques* - Publication de Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public - 1985 - Nº 59 - Paris, França.

Em cada rodada pode-se contar os pontos da seguinte maneira:
Para duas somas iguais: 1 ponto.
Para três somas iguais, ou para duas vezes duas somas iguais: 5 pontos.
Para quatro somas iguais: 10 pontos.

Exemplo:
Na primeira retirada saíram os cartões: 2, 7, 7, 9.

cartões	jogador A				pontos obtidos
	2	7	7	9	
0,2,3,5	2	0	5	3	
	4	7	12	12	1
9,6,1,1	9	6	1	1	
	13	13	13	13	10
0,2,4,4	4	2	4	0	
	17	15	17	13	1

cartões	jogador B				pontos obtidos
	2	7	7	9	
0,2,3,5	0	2	3	5	
	2	9	10	14	0
9,6,1,1	9	6	1	1	
	11	15	11	15	5
0,2,4,4	4	2	4	0	
	15	17	15	15	5

5. O vencedor é aquele que, no final das dez rodadas, tem o maior número de pontos.

Variações:
- usar outra forma de escolher os números;
- modificar o número de colunas e, conseqüentemente, adaptar a distribuição de pontos ganhos.

Orientações ao professor

Muitos professores de Matemática têm opiniões favoráveis com relação aos jogos. No entanto, os jogos têm uma penetração muito tímida nas nossas salas, de 5ª a 8ª séries. Várias são as razões para que isto ocorra. Entre elas está o desconhecimento de quais jogos são apropriados para as diversas faixas etárias e da importância que eles poderão ter no desenvolvimento de atitudes e habilidades que poderão favorecer a aquisição da aprendizagem de conhecimentos matemáticos.

Por meio de jogos, podemos observar como os alunos compreendem as regras, defendem seus pontos de vista, aceitam outras opiniões, desenvolvem estratégias, levantam hipóteses, fazem inferências e se relacionam com os colegas.

Proposta 10: O encaixe[4]

Material: papel-cartão, régua, tesoura e dois conjuntos de fichas numeradas de 1 a 10.

Nº de participantes: dois alunos.

Adequação: 2ª a 6ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- utilizar recursos de cálculo mental;
- memorizar fatos fundamentais da adição e subtração.

Conteúdos: soma ou diferença de números naturais menores de 11.

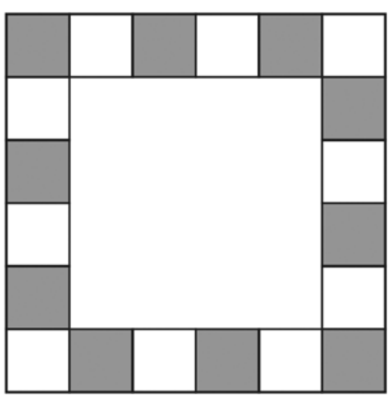
Desenvolvimento:

Fase 1: Confecção de material

Solicite aos alunos que:

1. confeccionem dois conjuntos de fichas numeradas de 1 a 10;

2. em um pedaço de papel-cartão, reproduzam um tabuleiro com 20 casas, brancas e cinzas, conforme o modelo a seguir.



Fase 2: As regras

1. Cada jogador pega um conjunto de fichas.

2. Um jogador ocupa só as casas brancas e o outro, as casas cinzas.

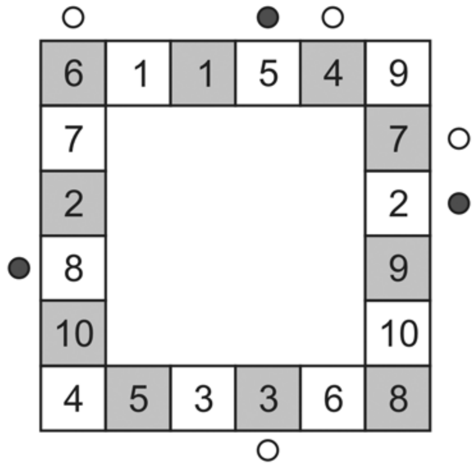
3. Cada jogador, na sua vez, coloca uma das fichas sobre uma casa livre da sua cor.

4. Para decidir quem vai começar, jogue par ou ímpar.

5. Quando todas as fichas forem colocadas, contam-se os pontos da seguinte maneira: se sua ficha estiver entre duas fichas do seu adversário, cuja soma ou diferença for igual ao número da sua ficha, então o seu adversário ganha um ponto.

6. O vencedor será aquele que fizer mais pontos.

4. Adaptado de *Jeux et activités numériques* - Publication de Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public - 1985 - Nº 59 - Paris, França.



Exemplo: O jogador que tem as fichas brancas foi o vencedor.

Proposta 11: Trinca[5]

Material: papel-cartão, régua, tesoura, 100 cartões numerados de 1 a 100.

Nº de participantes: dois a seis alunos.

Adequação: 2ª a 6ª séries

Objetivos:

Proporcionar ao aluno a possibilidade de utilizar recursos de cálculo mental.

Conteúdos:

Cálculo mental com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Desenvolvimento:

Fase 1: Confecção de material

Solicite aos alunos que confeccionem 100 cartões numerados de 1 a 100.

Fase 2: As regras

1. Cada jogador recebe oito cartões.

2. Um jogador pega um de seus cartões e coloca sobre a mesa com o número visível. O segundo jogador, da mesma forma, coloca um cartão ao lado do primeiro.

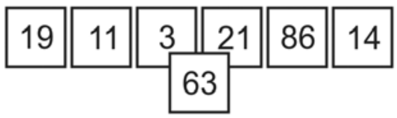
3. Em seguida, cada jogador, na sua vez, coloca:

- um de seus cartões numa das extremidades da linha formada, ou um de seus cartões sobre dois cartões vizinhos já colocados;

5. Adaptado de *Jeux et activités numériques* - Publication de Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public - 1985 - Nº 59 - Paris, França.

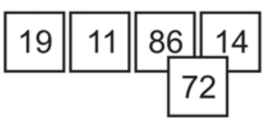
- neste caso, o número indicado sobre o cartão deverá ser a soma, a diferença, o produto ou o quociente dos números cobertos pelos dois cartões;
- ao formar uma trinca, o jogador ganhará os três cartões, que sairão do jogo. A seqüência diminuirá e o jogo continuará.

Exemplo:

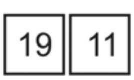


O jogador A jogou 14 numa extremidade e fez uma má jogada. Poderia ter colocado seu cartão sobre 11 e 3, pois 14 = 11 + 3 e faria uma trinca.

O jogador B colocou 63 sobre 3 e 21 e ganhou a trinca 3, 21 e 63, pois 63 = 3 × 21.



O jogador C ganhou a trinca 14, 72 e 86 porque 86 - 14 = 72. E assim a seqüência ficou reduzida a



4. O jogo termina quando um dos jogadores não tem mais cartões. O vencedor será aquele que fizer mais trincas.

Proposta 12: O quebra-cabeça de Sam [6]

Material: papel-cartão, régua e tesoura.

Nº de participantes: dois a seis alunos.

Adequação: 2ª a 8ª séries

6. Adaptado de *Activités mathématiques* - Premier cycle - 1986 - Représentations graphiques. Publication de Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public - Paris, France).

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

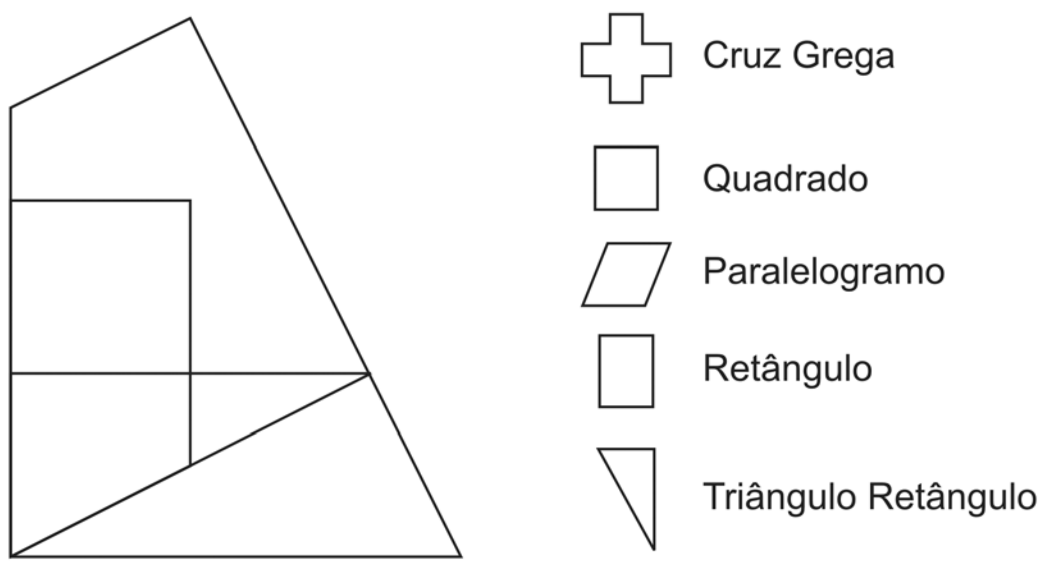
- desenvolver a perseverança na busca de soluções;
- demonstrar curiosidade e interesse para resolver situações matemáticas;
- se interessar pelas diferentes estratégias de resolução de problemas.

Conteúdos:

- composição e decomposição de figuras.

Desenvolvimento:

Este quebra cabeça, na forma de um quadrilátero, tem cinco peças que permitem formar uma cruz grega e quatro outras figuras: um triângulo retângulo, um retângulo não quadrado, um paralelogramo não retângulo e um quadrado.



Fase 1: Confecção de material.

1. Quadricule um pedaço de cartolina fazendo quadrados de 2 cm por 2 cm.
2. Reproduza a figura anterior que contém as cinco peças do quebra-cabeça e recorte-as.

Fase 2: O desafio.

Componha as figuras que são possíveis formar, inclusive a cruz grega.

Orientações ao professor

A proposta consiste em "fabricar" quebra-cabeças envolvendo truques, com a finalidade de desenvolver "bom senso", perspicácia, persistência e paciência.

Proposta 13: Jogos de frações[7]

Material: Uma folha de cartolina

Nº de participantes: grupos com até cinco alunos.

Adequação: 4ª e 5ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- retomar e ampliar o estudo das operações com números racionais escritos na forma fracionária.

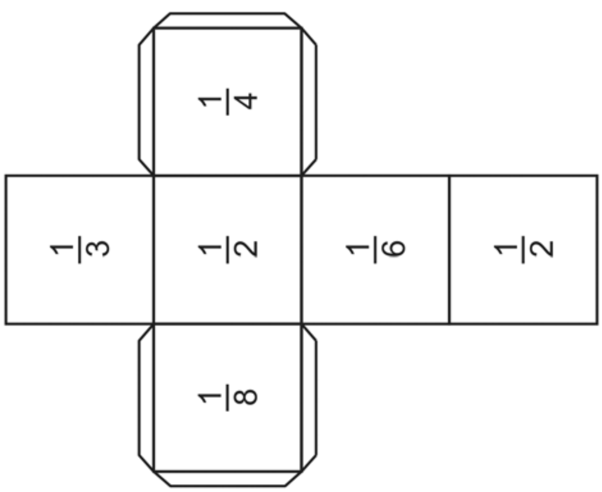
Conteúdos:

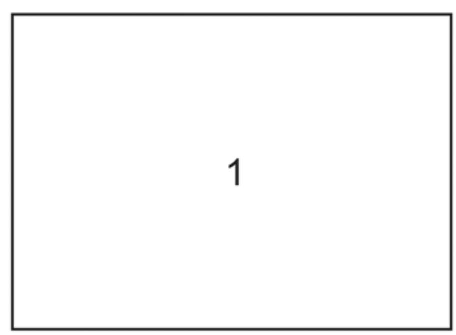
- Adição de frações.
- Subtração de frações.

Desenvolvimento:

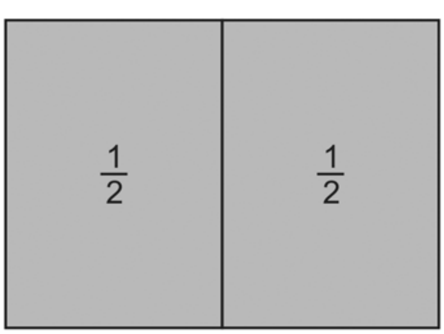
Fase 1: Construção do material

Peça aos estudantes que construam um cubo e pintem as outras figuras de acordo com a cor indicada em cada uma no modelo a seguir:

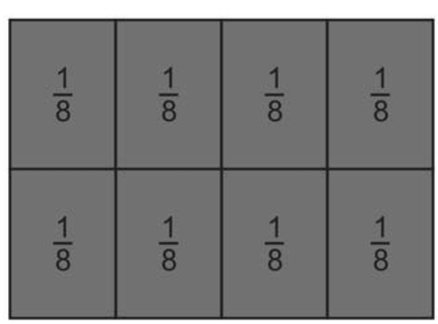




BRANCO

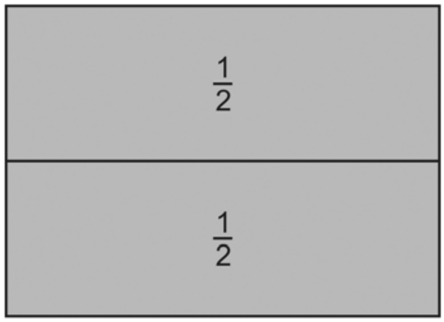


AZUL

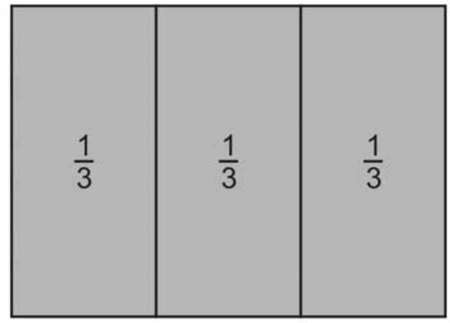


VERMELHO

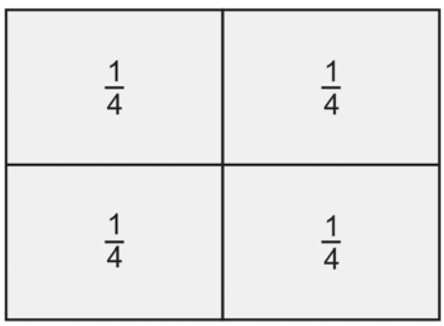
7. Jogo extraído do *Experiências matemáticas* – 5ª série.



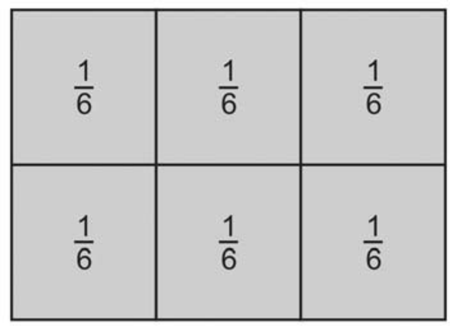
AZUL



ROXO



AMARELO



VERDE

Fase 2: Exploração das peças

A seguir, solicite que recortem cada cartela.

Isto feito, dirija aos alunos perguntas como:

- Quantas peças vermelhas são necessárias para compor uma branca?
- Quantas peças azuis são necessárias para compor uma branca?
- Quantas peças vermelhas são necessárias para compor uma amarela? E uma azul?
- Quantas peças verdes são necessárias para compor uma branca?
- Quantas peças verdes são necessárias para compor uma roxa? E duas roxas? E três roxas?
- Quantas peças vermelhas são necessárias para compor uma branca e uma azul?

Fase 3: O jogo

Diga aos alunos que vão jogar com essas peças e que as regras do jogo são as seguintes:

1. Os alunos se reúnem em grupos colocando no centro da mesa todas as peças que possuem.

2. Um a um, vão jogando o dado. A face que ficar para cima indica a peça ganha.

3. Por exemplo, se o dado cair com a face 1/8 voltada para cima, o aluno poderá pegar do centro da mesa uma peça vermelha.

4. O objetivo do jogo, em primeiro lugar, é compor a peça **branca**, depois, compor as outras peças. Para tanto, poderão fazer trocas sempre que possível. Por exemplo, trocar duas verdes por uma roxa.

5. Ganha o jogo quem tiver composto o maior número de peças de acordo com a pontuação a seguir:

Uma peça branca	— 4 pontos
Uma peça azul	— 3 pontos
Uma peça roxa	— 2 pontos
Uma peça amarela	— 2 pontos
Uma peça vermelha	— 1 ponto
Uma peça verde	— 1 ponto

Fase 4: O registro

Após jogarem livremente várias partidas, solicite aos alunos que, daí para frente, passem a registrar as peças que vão ganhando e as trocas que vão fazendo. Por exemplo, se um aluno ganhar quatro peças vermelhas, três peças azuis, duas peças amarelas e três peças verdes poderá fazer os registros:

quatro peças vermelhas equivalem a uma azul. Logo:

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

três peças azuis equivalem a uma branca e uma azul. Logo:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

duas peças amarelas equivalem a uma azul. Logo:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

três peças verdes equivalem a uma azul. Logo:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Como resultado, esse aluno obteve um total de quatro peças azuis e uma branca.

Como quatro peças azuis equivalem a duas brancas, isto é:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{4}{2}=\ 2,$$

então ele poderá fazer novas trocas e, finalmente, ficar com três peças brancas, o que corresponde a 12 pontos.

Fase 5: Conclusões

Ao final da uma partida com registros, convide os alunos a explicarem suas trocas e justificar o registro utilizado.

Orientações ao professor:

Durante as explicações dos alunos certamente aparecerão, entre outras, as igualdades:

$$\boxed{\frac{1}{2} = \frac{2}{4}} \quad \boxed{\frac{1}{2} = \frac{3}{6}} \quad \boxed{\frac{1}{2} = \frac{4}{8}}$$

Organize-as na lousa e peça aos alunos que descubram outras equivalências para a fração meio.

Verifique se perceberam que, para obter uma fração equivalente, basta multiplicar, ou dividir, o numerador e o denominador da fração dada pelo mesmo número. Assim:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} \quad \text{ou} \quad \frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$$

Comente com os alunos que, em diversas situações, obtemos, como resultado, uma fração que pode ser substituída por uma equivalente mais conveniente, ou seja, pela equivalente irredutível.

Assim, por exemplo, quando efetuamos:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6},$$

poderíamos simplificar o resultado dividindo o numerador e o denominador pelo número 3.

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2},$$

o que corresponderia, no nosso jogo, a trocar três peças verdes por uma azul.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Variações e adequações às diferentes séries:

Variação 1. As trocas.

Material: Jogo das frações

Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.

Adequação: 5ª e 6ª séries

Objetivo: Proporcionar ao aluno a possibilidade de retomar e ampliar o estudo das operações com números racionais escritos na forma fracionária.

Conteúdo:

- Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Desenvolvimento:

Fase 1:

Conte aos alunos que uma aluna, após a primeira partida com o "Jogo de frações", fez suas trocas e sobraram uma peça roxa e uma verde.

Ela trocou essas duas peças por uma azul e justificou da seguinte maneira:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1\times 2}{3\times 2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}$$

simplificando $\frac{3}{6}$ temos $\frac{1}{2}$

- Você concorda com a explicação da aluna?
- Que outras trocas poderia fazer com essas peças? Justifique.

Fase 2:

Como calcular: $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$?

1. Como transformar a fração $\frac{2}{3}$ em uma equivalente com denominador 4?

Alguns alunos poderão concluir que isso não será possível, já que o número 4 não é múltiplo de 3.

Neste caso, sugira que transformem as duas frações em frações equivalentes. Por exemplo, com denominador 12.

2. Calcule: $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$.

Orientações ao professor

É possível que os alunos proponham que as frações sejam transformadas em suas equivalentes de denominadores 24. Deixe que façam a experiência.

A seguir, peça que investiguem a possibilidade de escolher outros números (diferentes de 24) para denominador das frações equivalentes a $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$.

Proponha questões como:

- Quais são os múltiplos comuns a 2, 3 e 6?
- Todos esses números servem para denominador das frações equivalentes a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{6}$?
- Como fica o resultado de $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$ se você transformar estas frações em frações equivalentes de denominador 6? E se o denominador for 12? E se for 36?
- Os resultados que você encontrou no item anterior são equivalentes? Como saber?
- Algumas pessoas acham vantajoso escolher o menor múltiplo comum dos denominadores para denominador das frações equivalentes. O que você acha disto? Você concorda? Por quê?

Variação 2: os problemas.
Material: jogo das frações.
Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.
Adequação: 5ª e 6ª séries
Objetivo: Proporcionar ao aluno a possibilidade de

- Resolver problemas envolvendo frações

Conteúdos:

- Problemas com frações

Desenvolvimento:

Proponha para a classe os seguintes problemas:

Problema 1. A metade do número de figurinhas que eu tenho é igual à quarta parte do número que você tem. Por isso, eu posso concluir que:

a) Você tem a metade de figurinhas que eu.
b) Você tem o dobro de figurinhas que eu.
c) Nós temos a mesma quantidade de figurinhas.

Problema 2. Nos Jogos da Primavera do ano passado, a escola de Mirela conquistou muitas medalhas:

- As meninas conquistaram $\frac{2}{3}$ do total de medalhas.

- Os meninos conquistaram $\frac{1}{4}$ do total de medalhas.

- As quatro medalhas restantes foram conquistadas por outras escolas.

Responda:

a) Que fração do total de medalhas foram conquistadas pelos alunos (meninas e meninos) da escola de Mirela?

b) Que fração do total de medalhas foram conquistadas por outras escolas?

c) Quantas medalhas a escola de Mirela conquistou no total?

Problema 3. Roque comprou uma peça de cetim para fazer quatro fantasias.

Na primeira fantasia que fez, ele usou $\frac{1}{3}$ da peça. Na segunda fantasia ele usou $\frac{1}{4}$ da peça toda. Na terceira ele usou $\frac{1}{6}$ e na quarta fantasia usou $\frac{1}{4}$.

Responda:

a) Depois que Roque fez as fantasias, quanto cetim sobrou da peça?

b) Em qual das fantasias ele usou mais cetim? E em qual usou menos?

Invente problemas que podem ser resolvidos calculando-se:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

Proposta 14: Jogo do vai-e-vem [8]

Material: fichas coloridas, um dado convencional.

Nº de participantes: grupos com até cinco alunos.

Adequação: 6ª série

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de

- Construir a noção de número inteiro.
- Identificar, interpretar e utilizar os diferentes significados e representações dos números inteiros.
- Determinar somas algébricas.

8. Jogo extraído de *Experiências matemáticas* – 6ª série

Conteúdos:

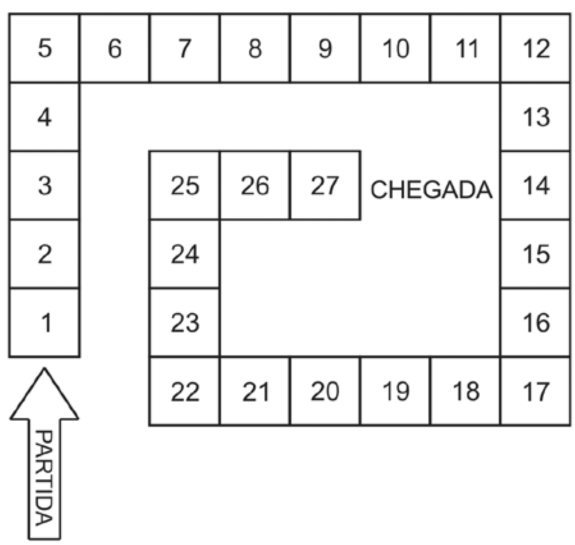
- Reconhecimento de números inteiros, em diferentes contextos e exploração de situações-problema em que indicam falta, diferença, orientação (origem) e deslocamento entre dois pontos.
- Adição de números inteiros

Desenvolvimento:

Organize os alunos em grupos com até cinco componentes.

Fase 1:

Solicite a cada grupo que construa o tabuleiro do jogo do vai-e-vem conforme o modelo:



Forneça a cada grupo um dado e cinco fichas de cores diferentes (uma para cada participante marcar seu lugar no tabuleiro).

Fase 2: As regras

Comente as regras do jogo com os alunos:

1. O jogo consta de três partidas.

2. Cada jogador lança o dado uma vez por rodada.

3. Todos começam na flecha de partida e, na primeira rodada, cada um anda tantas casas quantas indicam os pontos obtidos no dado, e pára.

4. Na segunda e demais rodadas, estando numa casa branca, o jogador lança o dado e avança tantas casas quantas indicam os pontos obtidos; caso esteja numa casa escura, ele recua.

5. Ganha o jogo o jogador que atingir exatamente a chegada em primeiro lugar (pode haver empate).

"Atingir exatamente a chegada" significa, por exemplo, que, se o jogador está na casa 26 e obtém 2, atinge exatamente a chegada, mas, se obtém 5, ele anda 27-chegada e volta 27-26-25.

6. A partida termina quando, numa determinada jogada, a chegada é atingida pelo menos por um aluno. A classificação dos demais é feita de acordo com a proximidade da casa em que cada um se encontra em relação ao ponto de chegada.

Fase 3: marcando os pontos

7. Os pontos obtidos pelos jogadores em cada partida são distribuídos do seguinte modo:

1º Colocado — 5 pontos ganhos
2º Colocado — 3 pontos ganhos
3º Colocado — 1 ponto ganho
4º Colocado — 1 ponto perdido
5º Colocado — 2 pontos perdidos

A seguir, coloque na lousa as tabelas I e II para que os alunos possam preenchê-las durante e ao final do jogo, respectivamente:

Tabela I

	TOTAL DE PONTOS			
Aluno	1ª part.	2ª part.	3ª part.	TOTAL
TOTAL POR PARTIDA				

Tabela II

CLASSIFICAÇÃO FINAL NO GRUPO		
Lugar	Nome	Total de Pontos
TOTAL DO GRUPO		

Fase 4: Refletindo.

Uma vez terminado o jogo e preenchidas as tabelas, as seguintes questões podem ser colocadas para os grupos:

1. Em que casas um jogador não gosta de cair?

2. Qual é o maior número de casas que um jogador pode avançar?

3. Estando na casa 7, o que é mais conveniente obter no dado?

4. Se um jogador está na casa 12 e em duas jogadas obtém zero, o que significa ter + 3 na quadrícula sombreada? E - 5? E zero?

5. Em que casas o jogador pode estar para ganhar o jogo com uma só jogada?

6. Um jogador está na casa 20. O que deve obter no dado para atingir a chegada em três jogadas, se:

a) Em todas elas ele pára em casa branca?

b) Em uma das três jogadas ele pára numa casa escura?

7. É possível um jogador fazer três jogadas sucessivas e parar sempre em casa preta?

8. Um jogador está no ponto de partida e em seis jogadas ele obtém 5, 1, 3, 4, 6 e 2 pontos no dado:

- Onde estará após essas seis jogadas?
- Em que jogada avançou? Em quais recuou?
- Ele avançou mais ou recuou mais? Quanto?

Fase 5: Quem ganhou?

A classe deverá permanecer dividida nos mesmos grupos da parte 1.

Exponha as Tabelas II de todos os grupos na lousa para que todos possam analisá-las.

Algumas pequenas atividades podem ser propostas aos grupos:

1. Fazer uma classificação do desempenho dos grupos e outra geral de todos os alunos.

2. Fazer um levantamento de quantos pontos o último colocado de cada grupo deveria fazer para alcançar o vencedor do grupo. O mesmo pode ser solicitado em relação à classificação geral.

3. Fazer uma exposição dos símbolos que os grupos eventualmente tenham criado para expressar pontos ganhos e perdidos ao preencherem as tabelas. A seguir proponha aos alunos que discutam e escolham os símbolos mais convenientes.

4. Verificar o que ocorre com o total de pontos de um aluno se for suprimida uma partida em que obteve pontos ganhos, ou se for suprimida uma partida em que obteve pontos perdidos.

Fase 6: Resolvendo problemas

1. Proponha para a classe o problema:

Se em partidas do vai-e-vem um aluno obtém os seguintes resultados:

5g, 2p, 1p, 2p, 3g, 1g, 1p, 1p, 2g

em que **g** corresponde a pontos ganhos e **p** corresponde a pontos perdidos, o que se pode concluir sobre:

a) Quantas partidas ele jogou?

b) Quantos pontos ganhou e quantos perdeu nesse jogo?

c) Qual o total de pontos desse aluno ao final do jogo?

2. Peça que analisem a possibilidade de um grupo apresentar a seguinte tabela no jogo do vai-e-vem e que classifiquem esses jogadores

Aluno	Total de pontos
Aldo	3 perdidos
Bernardo	1 perdido
Cleonice	5 perdidos
Diva	3 perdidos
Evandro	2 perdidos

Orientações ao professor:

As classificações dos grupos e a classificação geral levarão os alunos a observar que é possível um aluno ser o vencedor da classe embora seu grupo não o seja.

Para promover novas discussões é possível propor aos alunos mudanças nas regras do jogo. Se, por exemplo, for ampliado o número de partidas do jogo, a tabela anterior é possível.

A comparação entre as regras desse jogo com as do campeonato paulista (ou brasileiro) de futebol também dá margem a discussões bastante ricas no que se refere a adição de números inteiros.

Variações e adequações às diferentes séries.

Variação. Como eram as tabelas?

Material: Nenhum.

Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.

Adequação: 6ª série

Objetivo: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- Identificar, interpretar e utilizar os diferentes significados e representações dos números inteiros.

Conteúdo:

- Números inteiros negativos: inteiros menores que zero.

Desenvolvimento:

Fase 1:

1. Coloque na lousa as tabelas seguintes e peça que as copiem no caderno.

Tabela A

Classificação	Nome	Total / jogados
1º	Zé	9g
2º	João	6g
	Dulce	5g
	Ruy	2g
	Maria	
Total do grupo		20g

Legenda:

g	pontos ganhos
p	pontos perdidos

Tabela B

Classificação	Nome	Total / jogados
	Roberto	9g
	Vinício	7g
	Célia	
	Renato	5g
	Catarina	3g
Total do grupo		31g

Tabela C

Classificação	Nome	Total / jogados
	Leonardo	5g
	Olívia	
	Lucas	
	Ciro	4g
	Daniel	
Total do grupo		

Nesse grupo, três alunos empataram em 1º lugar e não houve 3º, 4º e 5º lugares.

1. Explique aos alunos que elas mostram o resultado do jogo vai-e-vem de outra classe, mas foram danificadas e eles estão convidados a recuperá-las preenchendo o que falta. Dê um tempo para que executem a tarefa.

2. Proponha as seguintes questões:

- Foram constatados empates nas tabelas A e B?
- Como seriam classificados esses grupos, tendo em vista o total de pontos de cada um?
- Entre os 15 jogadores dessas tabelas, quais têm total só de pontos perdidos?
- Quanto eles podem ter obtido em cada uma das três partidas para apresentar esse total?

3. Invente possíveis pontos obtidos durante as três partidas para os jogadores da tabela A.

Nome	1ª partida	2ª partida	3ª partida	Total de pontos
Zé				+ 9
João				+ 6
Dulce				+ 5
Ruy				+ 2
Maria				- 4

Legenda:

+	pontos ganhos
-	pontos perdidos

Fase 2: Para pensar

Nas tabelas a seguir você vai encontrar os pontos obtidos por Mauro, Carlos e Maíta em cinco partidas de um jogo. Quem é o vencedor?

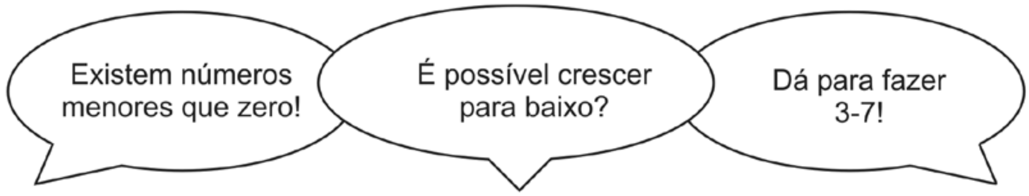
Mauro		Carlos		Maíta	
Partida	Pontos Obtidos	Partida	Pontos Obtidos	Partida	Pontos Obtidos
1ª	+ 2	1ª	- 3	1ª	+ 1
2ª	- 5	2ª	+ 2	2ª	+ 3
3ª	+ 8	3ª	+ 3	3ª	+ 2
4ª	- 2	4ª	+ 6	4ª	+ 4
5ª	- 3	5ª	- 7	5ª	- 12

- Se Mauro pudesse invalidar o resultado de uma partida, para tentar ser o vencedor, qual partida escolheria?
- E se fosse Carlos? E se fosse Maíta?

Orientações ao professor

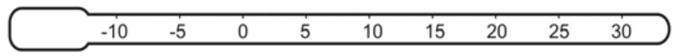
Uma familiarização maior com números inteiros, proposta nesta atividade, pode ser complementada com a leitura do texto seguinte, cujo objetivo é mostrar a utilidade dos números negativos e um pouco de sua história.

Você deve ter percebido que novos números estão surgindo e com eles novas idéias!

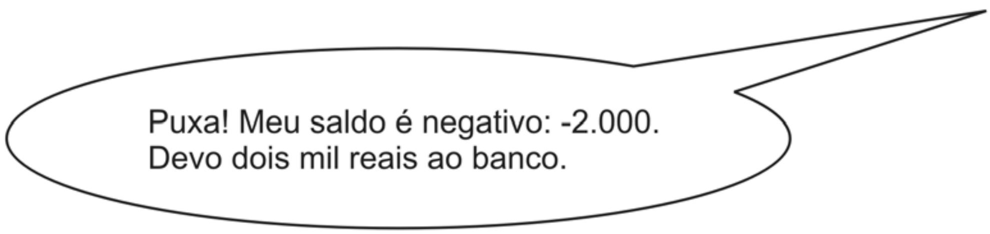


É bem possível que você também tenha notado que os números negativos aparecem muitas vezes em situações do nosso dia-a-dia:

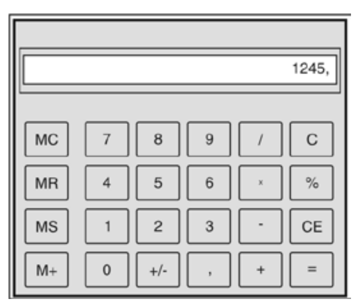
...em termômetros



... nos saldos bancários



...nas calculadoras, apertando algumas teclas...



Nem sempre esses números foram tão bem aceitos pelas pessoas e nem tão utilizados como hoje em dia. A própria expressão "número negativo" tinha o significado de que se tratava de "não-número", o que mostra as dificuldades pelas quais a humanidade passou para aceitá-los.

Muitos matemáticos do passado negavam a existência de tais números, que chamavam de números absurdos, ou de números falsos.

Embora os matemáticos tenham utilizado e trabalhado com os números negativos com tranqüilidade e eficiência, somente a partir do século XVII (um pouco mais de 100 anos depois do descobrimento do Brasil), houve um povo da Antigüidade, cujos escritos se perderam, que aceitaram e sabiam operar com esses números; eram os babilônios (viveram na região onde hoje estão o Iraque e o norte do Irã, por volta do ano 2000 até 500 antes de Cristo).

Hoje em dia, as pessoas podem até não saber como somar ou multiplicar números negativos, mas conhecem muito bem seu significado: prejuízos, sub-solo, mais frio que gelo derretendo, dívidas, etc.

Proposta 15: Um jogo pitagórico. [9]

Material: Duas folhas de cartolina, régua, esquadro, tesoura, pincel atômico (duas cores), transferidor.
Nº de participantes: grupos com até cinco alunos.
Adequação: 7ª e 8ª séries
Objetivo: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- Perceber o significado métrico e geométrico da relação de Pitágoras nos triângulos retângulos.

Conteúdo:

- Verificação do Teorema de Pitágoras

Desenvolvimento:
Fase 1: Peça aos alunos que:

1. desenhem no centro da cartolina uma figura como a do lado, começando pelo triângulo retângulo cujas medidas ficam a critério de cada um (desde que o resto da figura caiba na folha). Para tanto, eles podem utilizar o esquadro na construção dos ângulos retos;

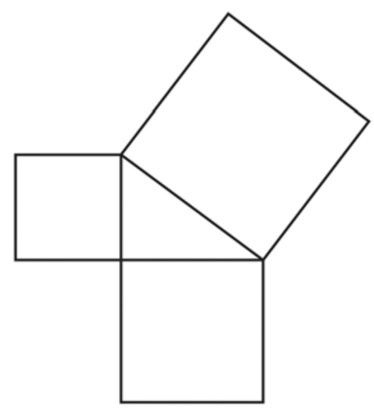


Figura 1

2. que nomeiem os vértices dos polígonos da figura e tracem os prolongamentos de EA e DC até encontrarem os lados dos quadrados menores nos pontos P e Q respectivamente. A seguir, traçarão QR que deverá formar ângulo reto com CQ;

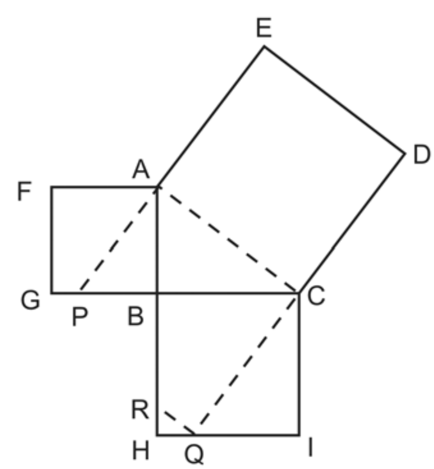


Figura 2

9. Jogo extraído de *Experiências matemáticas* – 7ª série

3. repitam a mesma figura na outra folha de cartolina, sem as letras; basta desenharem os quadrados menores.
   Depois de pronta a nova figura, solicite que pintem os quadrados menores com cores diferentes, numerem as partes em que ficaram divididos e, por fim, recortem as cinco peças.

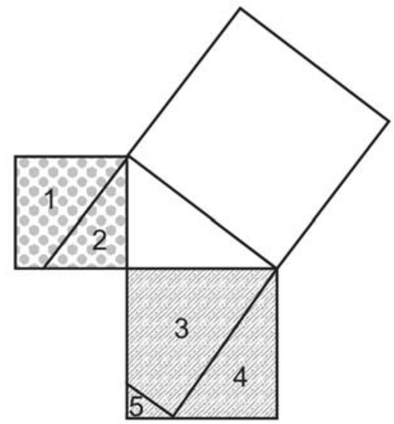


Figura 3

Fase 2:

O jogo consiste em encaixar as cinco peças no “quadradão” (sobre a hipotenusa) na primeira folha da cartolina.

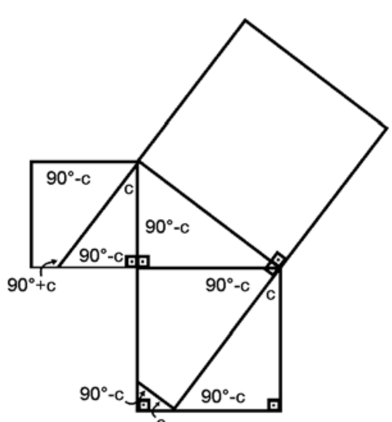
1. O que se pode concluir a respeito da área do “quadradão”?

2. Peça aos alunos que meçam o ângulo C do triângulo (figura 2) e, sem medir, que digam quanto devem medir os ângulos de cada uma das cinco peças do jogo. É conveniente que tenham o esquema da figura 2 para responderem a esta questão, com justificativas.

Orientações ao professor:

O principal objetivo desta atividade é levar os alunos a perceberem que, no triângulo retângulo construído, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

Quanto à justificativa das medidas dos ângulos das peças do jogo, ela se baseia, fundamentalmente, no fato de os ângulos agudos de um triângulo retângulo serem complementares.



Variações e adequações às diferentes séries

Variação 1. Outra vez a relação de Pitágoras.
Material: papel transparente.
Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.
Adequação: 7ª e 8ª séries
Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- Ampliar e aprofundar a compreensão sobre a relação de Pitágoras.

Conteúdos:

- Verificações experimentais e aplicações do teorema de Pitágoras.

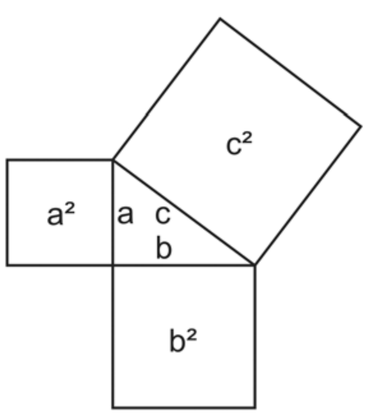
Desenvolvimento:

Fase 1:
Solicite aos alunos que:

1. desenhem um triângulo retângulo qualquer e que denominem as medidas dos catetos de a e b e da hipotenusa de c;

2. construam os quadrados sobre os lados desse triângulo, bem como escrevam as expressões de suas áreas no interior de cada quadrado;

Poderão obter uma figura "bastante parecida" com:

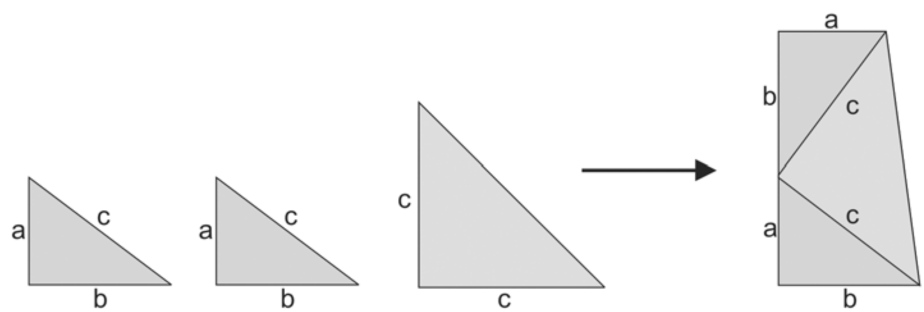


3. escrevam uma relação entre as áreas dos quadrados.

Explique a eles que a expressão $a^2 + b^2 = c^2$ é bastante utilizada para abreviar a propriedade das áreas dos quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo.

Fase 2:

Ao longo do tempo, muitas pessoas se interessaram em fazer uma demonstração dessa propriedade e, entre eles, um general americano, James Abram Garfield, que foi por um curto período de tempo presidente dos Estados Unidos. Ele se interessou pelo assunto e apresentou uma prova baseada numa figura com três triângulos retângulos, que formam um trapézio. Dois desses triângulos são iguais ao triângulo de lados a, b e c da última figura e o terceiro é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem c; c é a hipotenusa dos dois triângulos mencionados.



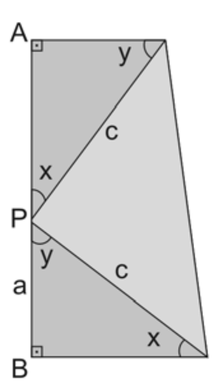
Fase 3: Para pensar:

Os três triângulos dispostos como na figura anterior formam mesmo um trapézio?

Peça aos alunos que calculem as áreas do trapézio e dos triângulos que o compõem, para demonstrarem que $a^2 + b^2 = c^2$.

Orientações ao professor

Num primeiro momento, as figuras envolvidas nessa demonstração podem ser recortadas em papel como peças de um quebra-cabeça. É importante comentar que não é pelo fato de que as peças recortadas aparentemente formem um trapézio que devemos acreditar nisso. O questionamento principal deve ser feito em torno dos três ângulos ao redor do ponto P (figura seguinte).



Como x e y são ângulos complementares por serem ângulos agudos do triângulo retângulo dado, então somam 90º. Com mais 90º do ângulo reto do triângulo isósceles retângulo, temos 180º e, portanto, os pontos A, P e B estão alinhados.

Variação 2. Outra maneira de olhar para a relação pitagórica.

Material: Folha de cartolina, tesoura, régua, esquadro.

Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.

Adequação: 8ª série

Objetivo: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- Ampliar e aprofundar a compreensão sobre a relação de Pitágoras.

Conteúdo:

- Verificações experimentais e aplicações do teorema de Pitágoras.

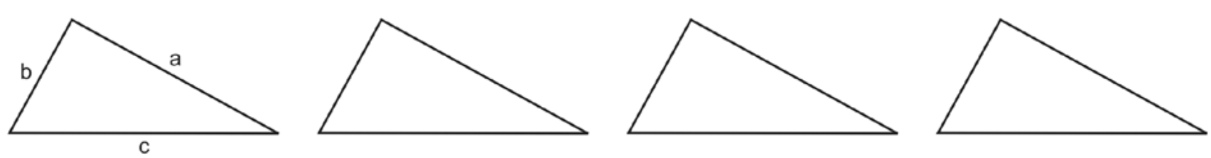
Desenvolvimento:

Fase 1:

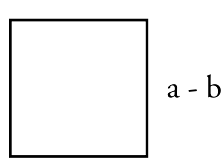
Organize os alunos em grupos com até quatro componentes.

Cada grupo vai construir:

1. um triângulo retângulo qualquer (as medidas de seus lados não importam, basta que tenha um ângulo reto) e, em seguida, mais três outros triângulos iguais ao primeiro;



2. um quadrado cujo lado seja a diferença dos catetos dos triângulos retângulos já construídos (isto é, a - b, com a > b).



1. Com as cinco peças recortadas os alunos vão compor um quadrado de lado c.

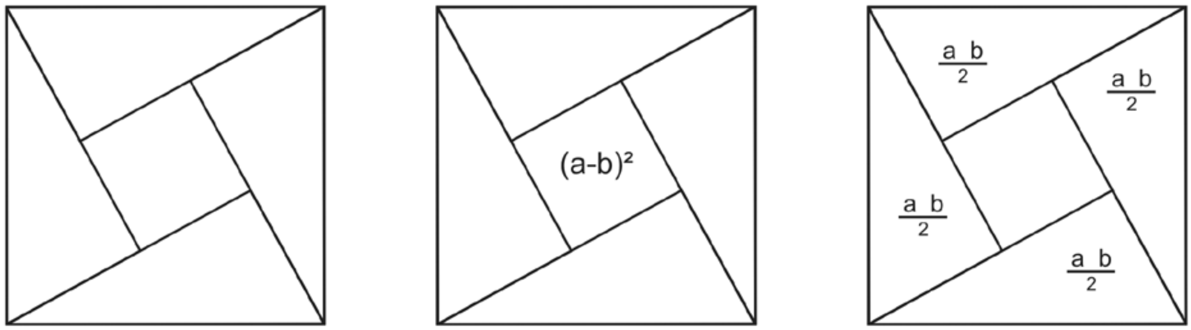
2. Em seguida, peça aos alunos que calculem as áreas das cinco peças e a do quadrado de lado c, relacionando-as posteriormente.

3. Por equivalência de áreas deverão chegar a mostrar que $a^2 + b^2 = c^2$.

Orientações ao professor

Oriente os alunos para denominarem as medidas dos catetos de a e b ao passo que a hipotenusa será chamada de c.

Após terem conseguido compor o quadrado de lado c, deverão perceber que:



área do quadradão	=	área do quadradinho	+	área dos quatro triângulos
c^2	=	$(a - b)^2$	+	$4 \times \frac{a\,b}{2}$

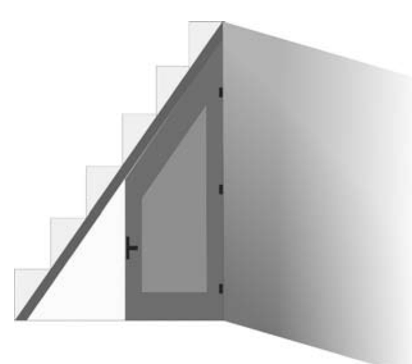
A partir dessa igualdade, basta efetuar os cálculos, para concluir que $a^2 + b^2 = c^2$.
O que ocorre quando a = b?

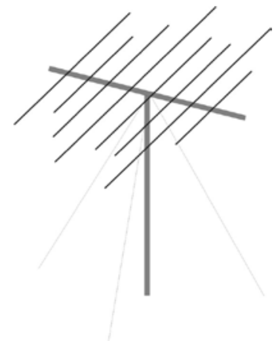
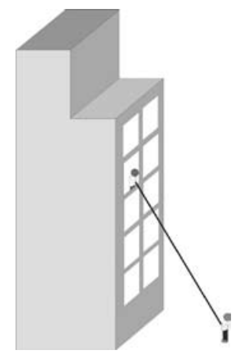
Variação 3. Pitágoras, carpinteiros, antenistas e as crianças.
Material: nenhum
Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.
Adequação: 8ª série
Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:
- Aplicar o teorema de Pitágoras em situações-problema.

Conteúdos:
- Problemas e o teorema de Pitágoras.

Desenvolvimento:
1. Organize os alunos em grupos com até quatro componentes.
2. Forneça a cada grupo a seguinte lista de problemas:

Sob os seis degraus da escada interna de uma casa foi feito um armário e, para o acabamento, o carpinteiro usou uma ripa de madeira. Como cada degrau tinha 25 cm de largura e 20 cm de altura, então, quantos metros de ripa o carpinteiro utilizou?



Para fixar uma antena de TV de 12 m de altura, um antenista prendeu três cabos de metal no topo e no solo, a 5 m de seu pé. Gastou 1,80 m para fazer as amarras. Quantos metros de cabo o antenista comprou?	
Para se comunicar, Paulo e João fizeram um telefone de barbante com 17 m de fio. Paulo ficou na janela do apartamento a 16,5 m de altura. Esticaram o barbante e pronto, começaram a falar. A que distância do prédio João se colocou, se seu ouvido estava a 1,5 m do chão?	

3. Dê um tempo para que resolvam os problemas.
4. A seguir, promova uma discussão com a classe sobre as soluções apresentadas pelos diversos grupos.

Orientações ao professor

Embora os alunos tenham tido apenas os primeiros contatos com a relação de Pitágoras, é possível propor algumas aplicações. Inicialmente, elas estão ligadas a situações bastantes concretas, como é o caso desses três problemas; posteriormente, aplicações mais abstratas serão tratadas em atividades da 8ª série.

Oficina de Geometria

Proposta 1: Caça ao tesouro

Material: papel, lápis, um objeto para ser o tesouro, instrumentos de medida de comprimento[10] (fita métrica, trena, metro de pedreiro).

Nº de participantes: grupos de até cinco alunos.

Adequação: 3ª a 8ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- progredir na capacidade de estabelecer pontos de referência em seu entorno e na utilização de indicações de direção e sentido, para efeito de localização;
- utilizar elementos de posição como referência para situar-se e movimentar-se em espaços diversos, assim como para definir a situação de um objeto num determinado espaço;
- descrever a localização e a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, usando terminologia adequada;
- interpretar e representar posições no espaço a partir da análise de mapas de sua produção.

Conteúdos:

- Exploração e visualização do espaço
- Orientação e localização no espaço
- Representação do espaço

Desenvolvimento: A atividade consiste em, como o próprio nome indica, encontrar, por meio de um mapa, um "tesouro" previamente escolhido pelos grupos participantes. A elaboração do mapa é a etapa final da proposta, que se desenrolará por vários dias, por meio das seguintes fases:

Fase 1: Reconhecimento do espaço e identificação do esconderijo.

1. Escolha do "tesouro" pelo grupo, mostrando-o a todos os participantes.

2. Saída dos grupos para exploração dos possíveis espaços da escola, disponíveis para a realização da atividade, e escolha do local a ser usado como esconderijo.

3. Retorno à sala para a decisão final de cada grupo sobre o local do esconderijo.

4. Saída de um grupo de cada vez, para esconder seu tesouro.

10. Opcionalmente, a atividade pode ser proposta para que se usem medidas não convencionais, isto é, passos, pés, etc.

Fase 2: Montando pistas verbais e realizando a primeira caça ao tesouro.

1. Cada grupo, ao retornar, elaborará pistas verbais, em uma folha, para a indicação do local onde se encontra o tesouro.

2. Quando todos já tiverem elaborado suas pistas, trocam as folhas entre os grupos e inicia-se a primeira caça ao tesouro.

3. Quando todos os grupos já tiverem encontrado o tesouro, discutem-se as pistas elaboradas e as melhor compreendidas é que indicarão o grupo vencedor da primeira caça.

Fase 3: Construindo mapas e realizando a segunda caça ao tesouro.

1. Nova saída para escolha de novo local de esconderijo, agora tendo em vista a construção de um mapa. Nesse momento os grupos poderão levar papéis e instrumentos de medida para já anotarem referências que poderão ser usadas em seus mapas.

2. Retorno à sala para a construção do mapa. Como na fase 2, cada grupo deverá sair para esconder seu tesouro.

3. Quando todos os mapas estiverem prontos, os grupos os trocam entre si e saem para a segunda caça ao tesouro.

4. Quando todos já tiverem localizado os tesouros, faz-se a escolha do melhor mapa. Esse será o grupo vencedor da segunda caça.

Orientações ao professor

Fase 1: Ao lançar a proposta aos alunos, o professor pode já disponibilizar alguns objetos para serem os "tesouros" a esconder. Nesse momento, explica aos alunos que nesta primeira fase deverão observar os locais de modo a poderem elaborar pistas verbais, isto é, sem utilização de desenhos. Aqui há a possibilidade de trabalho integrado com os professores de Língua Portuguesa e de Geografia. Apresentamos abaixo um exemplo de utilização de pistas verbais.

Caminho do Tesouro

De costas para onde todos passam,
siga na direção que o relógio da torre
aponta quando são 02:45.
Vire à esquerda e cruze dois canteiros, você chegará a um local
de descanso. Não sente sobre o tesouro!
Contar passos agora é besteira. Chegue logo ao final da brincadeira.

Assinado

Na exploração do espaço da escola, o professor acompanha os alunos e vai lançando questões que promovam a observação de referenciais além de empregar termos como: à direita, à esquerda, acima, abaixo, em cima, embaixo, giros de ¼ de volta, giros de ½ volta, na direção do pátio, no sentido do pátio para a quadra, etc. É interessante ressaltar aos alunos que esses termos deverão estar presentes nas pistas que elaborarão.

Fase 2: No momento da elaboração das pistas verbais é importante destacar aos alunos que o grupo vencedor será aquele que fornecer pistas que não causem dúvidas quanto à orientação a seguir, isto é, as pistas devem ser elaboradas tendo em vista a descoberta do tesouro pelo outro grupo e, portanto, não devem ser confusas. A participação do professor de Língua Portuguesa seria interessante para a produção de textos mais elaborados ou com rimas.

Ao final, o professor promove uma discussão para levantar quais pistas foram melhor compreendidas pelos alunos e o que possibilitou isso, destacando o uso, pelos alunos, de referenciais e de termos adequados e precisos para orientar deslocamentos no espaço.

Fase 3: Ao propor a nova exploração do espaço, é importante que o professor chame a atenção dos alunos sobre a relevância de pontos de referência nos mapas. O levantamento desses pontos pode ser feito por meio de questões sobre quais locais se destacam no espaço observado, a que distância se encontram uns dos outros, em qual direção estão localizados.

Problematizações sobre qual o caminho mais curto ou o mais longo para se chegar a determinados locais, sobre estimativas de distância entre dois locais determinados e sua posterior verificação utilizando instrumentos de medida, também são interessantes neste momento.

Antecedendo à construção dos mapas o professor deve destacar que a equipe vencedora da segunda caça ao tesouro será aquela que fornecer o mapa com maiores possibilidades de leitura e identificação do local do tesouro. No acompanhamento dos trabalhos dos alunos durante a produção dos mapas, o professor poderá intervir de modo a lembrá-los das distâncias percebidas ou medidas na exploração que fizeram e propor uma discussão na sala sobre como representá-las no mapa de modo proporcional ao real, chegando ao uso de escalas, para uma representação mais fiel. Nesta fase, a participação do professor de Geografia seria interessante para discussões sobre elementos presentes nos mapas de modo geral.

A escolha do grupo vencedor será feita pelos alunos que deverão eleger o melhor mapa, por suas condições de clareza e facilidade de leitura.

Variações e adequações às diferentes séries

A atividade de caça ao tesouro possibilita variações/acréscimos de atividades correlatas que podem ser aplicadas nas diferentes séries do Ensino Fundamental.

A seguir apresentamos algumas dessas possibilidades, podendo o professor acrescentar outras.

Exemplos de Variações:

a) Boneco atencioso

Material: Giz

Nº de participantes: Toda a classe.

Adequação: 1ª e 2ª séries.

Desenvolvimento: Sorteia-se uma criança que irá fazer o papel de "boneco atencioso". Marca-se no chão, com giz, um ponto de partida. O "boneco" ficará sobre ele e o professor, inicialmente, dará algumas ordens. Por exemplo:

Dê dois passos para a frente.

Dê um passo para trás.

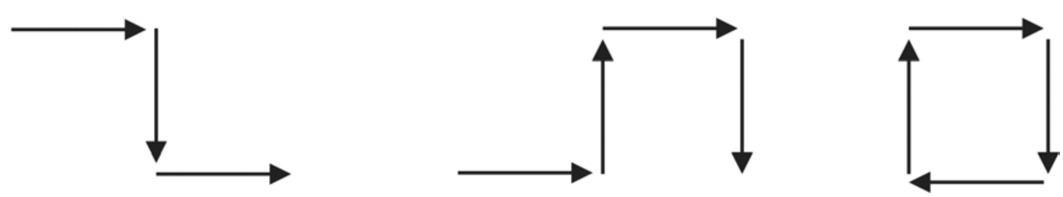
Vire para a sua direita e ande cinco passos.

Vire para a sua esquerda e ande quatro passos.

A classe participa, verificando se o "boneco" é realmente atencioso.

Em seguida sorteia-se um outro boneco e um outro aluno que dará as ordens.

Em uma segunda fase o professor risca no chão, com giz, alguns caminhos, como por exemplo:



Em cada ponto de partida estará uma dupla, um "boneco" e um outro aluno que dará as ordens.

b) Descubra o objeto de que falo.

Material: nenhum

Nº de participantes: Toda a classe.

Adequação: 1ª a 4ª séries.

Desenvolvimento: Alunos sentados no pátio formando um círculo. O professor, sentado no centro do círculo, inicia o jogo dando indicações sobre a localização de algum objeto presente no pátio, e os alunos tentarão descobrir que objeto o professor está indicando. A cada nova informação dada por ele, os alunos poderão dizer qual objeto eles acham que é. O aluno que primeiro descobrir o objeto de referência, troca de lugar com o professor. Exemplos de indicações de localização que podem ser dadas:

O objeto de que falo está à minha direita.

O objeto de que falo está acima da cabeça de todos.

O objeto de que falo está mais próximo do portão do que do pátio.

O objeto de que falo está à mesma altura da janela.

Se as indicações de localização não forem suficientes para que os alunos determinem o objeto, pode-se também dar indicações da forma desse objeto.

c) Prender o rabo no burro.

Material: Uma cartolina com o desenho de um burro sem rabo.

Fios de barbante, presos com fita crepe, formando um rabo, com um arco colante de fita crepe para grudar na cartolina.

Um lenço para vendar os olhos.

Nº de participantes: Toda a sala, dividida em grupos.

Adequação: 1ª a 4ª séries

Desenvolvimento: Uma vez colocado o desenho do burro em uma parede, numa altura acessível a todos os alunos participantes, e determinado qual será a linha do ponto de partida, sorteia-se o grupo que irá iniciar. O grupo escolhe qual dos componentes vai vendar os olhos e tentar colocar o rabo no burro, os outros darão as orientações necessárias para que o aluno vendado cole o rabo no burro. O professor encaminha o aluno vendado até a linha de partida, não necessariamente de frente para a figura do burro, gira-o lentamente algumas vezes e dá o sinal para início.

Os alunos dos outros grupos devem marcar o tempo que os jogadores irão levar para completar a tarefa e observar a precisão do encaixe. Será vencedor o grupo que obtiver o menor tempo e melhor encaixe.

De acordo com a série determina-se a distância em que se coloca a figura e as dificuldades a serem contornadas pelos alunos até atingirem o burro.

Observação: para 5ª a 8ª séries pode-se fazer um percurso em que existam obstáculos e o objetivo seja arremessar uma bola num cesto, por exemplo.

d) O robô.

Material: nenhum

Nº de participantes: Toda a sala, dividida em grupos.

Adequação: 3ª a 6ª séries

Desenvolvimento: Com giz ou fita crepe, os alunos desenham uma malha quadriculada no chão, de modo que cada quadrado fique com aproximadamente 50 cm de lado, e marcam o ponto de partida.

Cada grupo, na sua vez, deverá escolher quem será seu robô. O escolhido deverá se colocar no ponto de partida, enquanto o professor coloca, em um dos quadrados da malha, um objeto a ser pego pelo robô, que deverá caminhar apenas sobre as linhas do quadriculado, seguindo apenas as orientações dos outros parceiros do grupo quanto à quantidade de passos a dar, à direção e sentido a seguir. Neste momento, poderá ser inserido um trabalho com giro. Os alunos se posicionarão em uma marca no chão e o professor solicita que cada um gire ao redor de seu próprio corpo, por exemplo, ¼ de volta para a direita ou ½ de volta para a esquerda. Feito isso, essa idéia poderá ser explorada nas orientações do movimento do robô.

Os outros alunos devem marcar o tempo gasto pela equipe para fazer seu robô pegar o objeto. Vencerá a equipe que cumprir a tarefa em menos tempo.

e) **Meu caminho de casa até a escola.**
Material: papel e canetinhas
Nº de participantes: Toda a sala em atividade individual
Adequação: 3ª a 8ª séries

Desenvolvimento: Alguns alunos descrevem o caminho que fazem de sua casa até a escola. Depois, cada um deverá desenhar o itinerário que percorrem de casa até a escola. Dos alunos de 3ª e 4ª séries espera-se que a proporcionalidade esteja presente em suas representações e o professor poderá alertar os alunos sobre as dimensões do real e as dimensões usadas na representação. Para os alunos de 5ª a 8ª séries as discussões sobre a escala usada devem permear todo o trabalho.

Observações: para a 1ª e 2ª séries o professor poderá propor um caminho dentro da própria escola, como, por exemplo, o caminho da sala à biblioteca. Os alunos de 1ª e 2ª séries normalmente não demonstram preocupação com a proporcionalidade nas representações, no entanto o professor pode fazer comentários sobre a proporcionalidade entre as representações feitas.

Proposta 2: Construção de maquetes

Material: papéis de várias cores, caixas pequenas de embalagens variadas, cola, fita adesiva, lápis de cor, canetinhas, tinta guache, palitos de sorvete ou de churrasco, barbante, régua, fita métrica, trena, metro de pedreiro, papelão grosso ou placa de isopor, entre outros possíveis.
Nº de participantes: grupos de até 4 a 10 alunos.
Adequação: 3ª a 8ª séries
Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- perceber a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano;
- compreender conceitos relativos ao espaço, às formas, à idéia de proporcionalidade e escala;
- compreender como se processa uma dada medição e que aspectos do processo de medição são sempre válidos;
- estabelecer conversões entre unidades de medida de comprimento;
- compor figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.

Conteúdos:

- Representação do espaço por meio de maquetes.
- Identificação de elementos como faces, vértices e arestas.
- Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.
- Identificação da simetria em figuras tridimensionais ou planas.
- Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações humanas.

- Representação de figuras geométricas.
- Comparação de grandezas de mesma natureza, com escolha de uma unidade de medida da mesma espécie do atributo a ser mensurado.
- Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento e superfície.
- Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida como metro, centímetro e milímetro.
- Estabelecimento das relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.
- Utilização de procedimentos e instrumentos de medida, em função do problema e da precisão do resultado.

Desenvolvimento: Essa também é uma proposta a ser desenvolvida nas seguintes fases:

Fase 1: Elaboração do projeto e divisão de tarefas.

1. Cada equipe escolherá o que representará na maquete: um local da escola, toda a escola, e escola e seu entorno próximo, outros prédios ou sua casa.

2. Munidos de folhas para anotações e de instrumentos de medida de comprimento, os alunos irão ao local escolhido obter dados para a construção da maquete. Podem fazer croquis dos locais.

3. De posse dos dados os alunos devem estabelecer a escala que irão usar e as dimensões da maquete a ser construída.

4. Escolha do material a ser empregado na construção e determinação do trabalho a ser realizado por cada membro da equipe.

Fase 2: Construção das partes e montagem final.

1. Cada aluno construirá sua parte da maquete respeitando a escala determinada no projeto.

2. Localização de cada parte sobre a placa de papelão, madeira ou isopor que servirá de suporte à maquete.

3. Pintura da placa indicando espaços específicos como quadra, horta, areia, etc.

4. Montagem final da maquete.

Orientações ao professor

Fase 1: A construção de uma maquete pode ser proposta a partir da 3ª série, ficando até a 6ª série limitada à representação da escola ou de algumas de suas partes, nas 7ª e 8ª séries pode envolver a representação da escola e de seu entorno próximo.

Tendo os grupos estabelecido o local a ser representado, o professor proporá uma discussão na sala, lançando questões sobre o que consideram necessário saber sobre os locais a serem representados na maquete, quais medidas são necessárias serem tomadas, quais medidas não serão possíveis de serem tomadas diretamente (a altura do prédio, altura de árvores, por exemplo), quais recursos poderiam usar para obter essas medidas (consulta a pessoas que poderiam dar alguma informação sobre isso: direção da escola a partir da planta do prédio, pedreiros que possam informar a altura de cada andar, arquitetos, etc., ou ainda estabelecendo uma estimativa). Pode ser necessário também que o professor lembre aos alunos que precisam colher dados sobre número de janelas do prédio, a que distância elas estão dispostas umas das outras e das beiradas do prédio (arestas no poliedro), a localização das portas e dos portões, etc. Mesmo com essa discussão preliminar, é provável que durante a execução dos trabalhos os alunos sintam necessidade de voltar a observar e medir algo do local representado, o que deve ser permitido pelo professor.

Tendo obtido os dados, os alunos passam a discutir como transpor para a representação o que obtiveram do real. Esse é um dos momentos-chave do trabalho no qual os alunos irão colocar em jogo o que conhecem sobre a utilização de escalas, assunto tratado na proposta anterior, de construção de mapas. Caso haja dúvidas nos grupos, o professor poderá intervir fazendo algumas questões: sobre a possibilidade de se representar cada metro do real como 1 centímetro na maquete, ou se seria melhor cada 2m do real serem representados por 1cm, ou, ainda, se seria melhor 10 metros do real serem representados por 1 cm, deixando sempre a decisão para o grupo. O que há necessidade de o professor ressaltar é que, uma vez estabelecida a escala, ela deve ser obedecida para todas as outras medidas a serem usadas na maquete, até mesmo para o quadriculado a ser feito no piso de algum local da escola, se for o caso.

O material poderá ser disponibilizado aos alunos, mas o professor fará uma proposta de construção do prédio com o uso de diversas caixas, coladas umas às outras, como se fossem os tijolos e, para atingirem as medidas necessárias, poderão cortá-las, assim como faz um pedreiro que corta os tijolos conforme vai necessitando. Essa construção, depois de montada, deverá ser recoberta com papel sobre o qual irão desenhar (ou recortar) as janelas e pintá-lo de acordo com a cor do prédio real.

A divisão de trabalho nos grupos é necessária para que a proposta seja desenvolvida com os detalhes requeridos por uma maquete. É conveniente que a divisão seja por duplas, por isso a sugestão de 10 alunos por grupo.

Fase 2: No acompanhamento da construção das partes da maquete, o professor precisará observar atentamente se os alunos manterão a proporcionalidade estabelecida pela escala adotada, desse modo poderá intervir com questões do tipo: se, na escala que estão usando, 1 cm na maquete correspondendo a ½ m do real, um comprimento de 3 m no real a quantos centímetros corresponderão na maquete? Se sua construção está com 15 cm e sua escala é de 1 cm para cada 2 metros, quantos metros esses 15 cm representam? Está de acordo com a medida real que vocês obtiveram? Se a construção total que pretendem fazer corresponderá a 30 m x 40 m, qual deverá ser o tamanho da placa se usaram uma escala de 1 cm para cada ½ metro? Posteriormente, em sala de aula, pode-se propor questões semelhantes, por escrito.

As construções dos prédios utilizando pequenas caixas proporcionarão oportunidade para o professor discutir com os alunos a forma do prédio a ser representada e a composição dessa forma com as caixas. Além disso, é importante que o professor incentive os alunos a identificarem as formas representadas com as formas geométricas (poliedros ou corpos redondos) e que empregue as denominações usuais em geometria, como paralelepípedo, cubo ou outro ao se referir ao poliedro, e vértices, faces, arestas ao se referir aos elementos do poliedro. Discussões que levem os alunos a perceberem simetrias nas formas representadas também podem ser desencadeadas pelo professor, nesse momento, de modo que se coloque em relevo a preservação das distâncias em relação ao eixo de simetria da figura representada, por exemplo, ao se discutir o posicionamento das janelas no prédio.

Na medida em que cada dupla for terminando sua construção, iniciarão as discussões sobre a localização de cada uma das partes sobre a placa e, novamente, as discussões sobre as escalas voltarão, de modo que também o espaço ocupado seja representado na mesma escala. Nesse momento também ficarão definidas as áreas a serem pintadas, representando os espaços abertos presentes na escola e em seu entorno próximo.

Na montagem final os alunos podem acrescentar uma pequena anotação na placa indicando a escala utilizada. Para isso é interessante que pesquisem em algum atlas ou similar e, com a ajuda do professor de Geografia, verifiquem como são normalmente expressas as escalas utilizadas. Aqui, o professor de matemática tem papel preponderante na discussão sobre a representação da escala na forma de razão, tendo oportunidade de explorar esse assunto também em outros contextos. Além disso, essa discussão abre a possibilidade de se tratar de transformações de medidas, uma vez que, na razão a ser expressa na maquete e que consta em mapas, usa-se a mesma unidade de medida para o representado e o real. Após a montagem final das maquetes, é interessante promover uma exposição dos trabalhos, que poderá ser aberta à comunidade.

Variações e adequações às diferentes séries:

A atividade de construção de maquetes possibilita variações/acréscimos de atividades correlatas que podem ser aplicadas também na 1ª e na 2ª série do Ensino Fundamental. A seguir apresentamos algumas dessas possibilidades, podendo o professor acrescentar outras.

Variação 1. Montando móveis com caixas.

Material: caixas de fósforo ou outros tipos de caixas pequenas, papéis de várias cores, retalhos de tecido, cola.

Nº de participantes: grupos de quatro alunos.

Adequação: 1ª a 4ª séries.

Desenvolvimento: A proposta é que os grupos de alunos montem móveis para mobiliar uma casa. Cada grupo poderá escolher quais móveis irá montar ou para qual ambiente da casa irá montar a mobília.

Para isso, cada grupo precisará:

- planejar quais móveis irá montar;
- fazer uma estimativa de quantas caixas serão necessárias para desenvolver seu projeto;
- providenciar as caixas.

Para o desenvolvimento dessa atividade o professor poderá solicitar aos alunos, antecipadamente, que tragam para a escola pequenas caixas (embalagens de remédios, caixas de fósforo, de pasta de dente, etc.), de modo que, ao fazer a proposta, o professor possa disponibilizar aos alunos o que já recolheu.

Durante a execução da montagem, o professor poderá incentivar os alunos a identificarem as formas geométricas que estão usando no móvel representado, referindo-se às figuras com o uso de termos geométricos adequados (vértice, aresta, face, superfície, etc.). Além disso, poderá questionar os alunos sobre as dimensões dos móveis montados, por exemplo, fazendo relações entre o comprimento de um sofá e o comprimento de uma mesa, a altura de um armário e a altura de uma televisão ou de uma mesa. Com os retalhos de tecido ou os papéis poderá propor que cubram os móveis montados ou ainda que façam tapetes, colchas ou toalhas para as mesas.

Ao final os grupos poderão montar a casa, totalmente mobiliada, usando uma grande caixa de papelão que poderá ser transformada para tal.

Proposta 3: Figuras em movimento[11]

Material: papel transparente, espelhos retangulares, régua, transferidor.

Nº de participantes: em duplas.

Adequação: 4ª a 6ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- observar e analisar as características de figuras que se movimentam no plano;
- construir imagens de figuras planas com auxílio de espelhos;
- identificar eixos de simetria de figuras planas.

Conteúdos:

- Reconhecimento de figuras simétricas e identificação de seus eixos de simetria.
- Construção de procedimentos para obter padrões geométricos e mosaicos, observando simetrias.
- Reconhecimento da conservação de algumas propriedades em figuras planas sujeitas a movimentos de reflexão, translação ou rotação.

Desenvolvimento:

Fase 1: Eu sou você.

1. Convide duplas de alunos para fazer uma encenação na sala de aula, auditório ou pátio da escola.

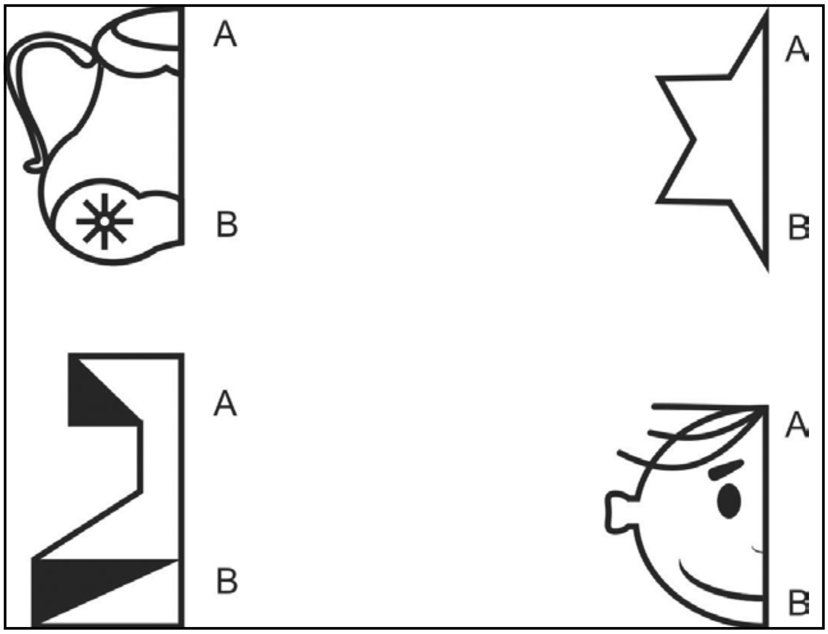
2. Um aluno se coloca de frente para o outro, como se estivesse diante de um espelho; um deles faz mímica, movimentos com o corpo e o outro repetirá os gestos e movimentos, colocando-se no lugar da imagem, no espelho.

3. Proponha que outras duplas se formem e façam suas representações.

Fase 2: Através dos espelhos

1. Reproduza e entregue a cada aluno uma folha com as figuras:

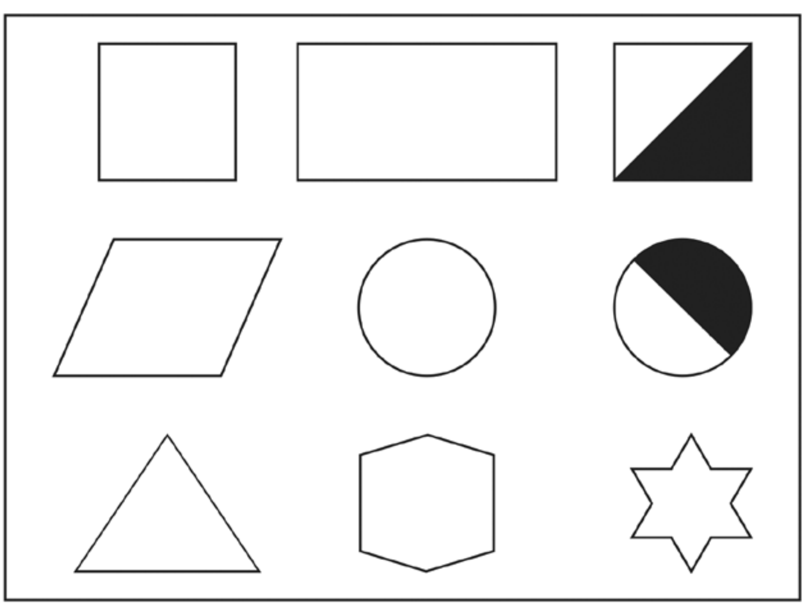
11. Atividade extraída do *Experiências Matemáticas* – 5ª série



2. Solicite aos alunos que:

- analisem as figuras colocando um espelho retangular sobre a linha AB e observando a figura nele refletida;
- completem a figura desenhando de acordo com a imagem refletida no espelho. Após esse trabalho, é importante que eles comentem os critérios que adotaram para completar o desenho da figura.

3. Peça agora que os alunos analisem cada uma das figuras seguintes:



e escolham uma posição em que pode ser colocado um espelho separando a figura em duas partes de tal modo que uma parte corresponda à imagem da outra refletida no espelho ambas completando a figura.

4. Proponha que substituam o espelho por uma linha reta e que verifiquem se em cada figura há mais de uma posição em que isso ocorre ou se há alguma figura em que não há posição para colocar o espelho.

Orientações ao professor

Fase 1: Discutir com a classe o que observaram, que tipo de dificuldade sentiram e o que sabem a respeito de situações como essas que foram vivenciadas.

Fase 2: Verifique se os alunos, ao desenharem a parte que faltava da figura, respeitaram os seus detalhes e suas posições, se fizeram referências aos pontos, às medidas de suas dimensões, às distâncias, aos ângulos, etc., entre os elementos a serem considerados nos seus desenhos.

Comente com os alunos que, tanto na fase anterior, como nesta, as figuras representadas e suas respectivas imagens são **figuras simétricas**. Assim, proponha uma discussão para avaliar o que estão entendendo por figuras simétricas.

Informe que nas figuras exploradas nas duas fases, a linha que representa o espelho pode ser chamado de **eixo de simetria**. Assim, há figuras que admitem um ou mais eixos de simetria e outras que não admitem nenhum.

Variações e adequações às diferentes séries

As atividades de simetria possibilitam variações/acréscimos de atividades correlatas que podem ser aplicadas nas diferentes séries do Ensino Fundamental.

A seguir apresentamos algumas dessas possibilidades, podendo o professor acrescentar outras.

Variação 1. Calque e decalque

Material: papel transparente.

Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.

Adequação: 5ª e 7ª séries

Objetivo: Proporcionar aos alunos a possibilidade de:

- Reconhecer figuras simétricas e identificar seus eixos de simetria.

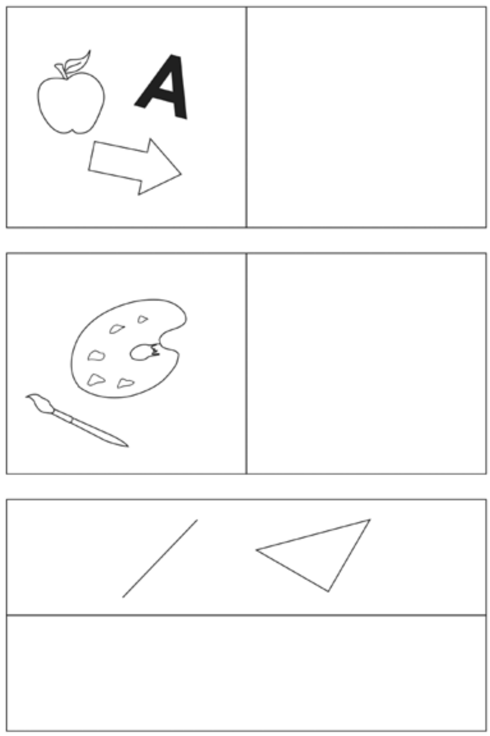
Conteúdo:

- Construção e reconhecimento de figuras simétricas.

Desenvolvimento:

Solicite a cada aluno que:

a) copie numa folha de papel transparente as figuras seguintes:



b) recorte os retângulos, dobre-os na linha indicada e decalque na parte em branco as figuras que estão desenhadas na outra parte, de modo que a figura copiada fique nítida e na mesma face do papel.

Em grupos, peça que observem, analisem as figuras e escrevam suas conclusões. Provoque a discussão levantando questões do tipo: As figuras são iguais ou algo se modificou? O quê?

Orientações ao professor

Recomende a utilização de régua, compasso, transferidor ou outros instrumentos que acharem necessários.

Variação 2. Nas malhas.

Material: folhas com diferentes tipos de malhas.

Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.

Adequação: 6ª a 8ª séries

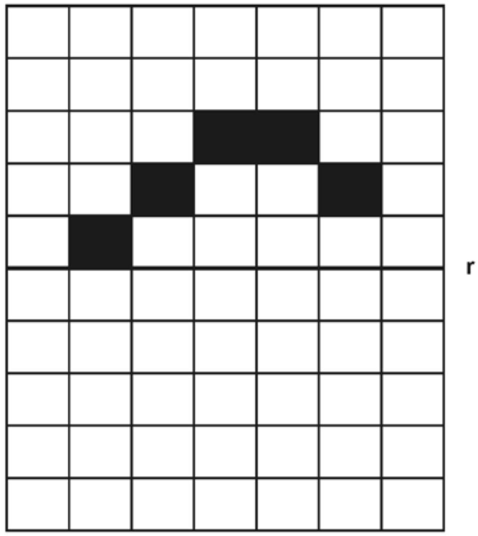
Objetivo: Proporcionar aos alunos a possibilidade de:

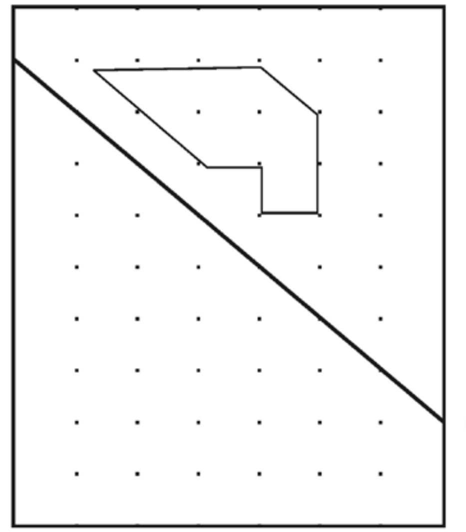
- Reconhecer a conservação de algumas propriedades em figuras planas sujeitas a movimento de reflexão

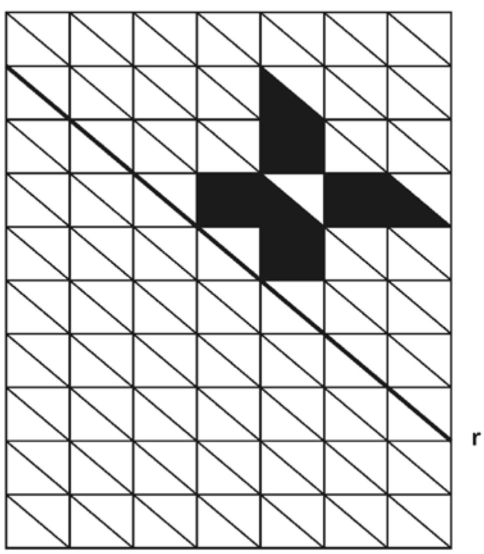
Conteúdo: Propriedades da reflexão.

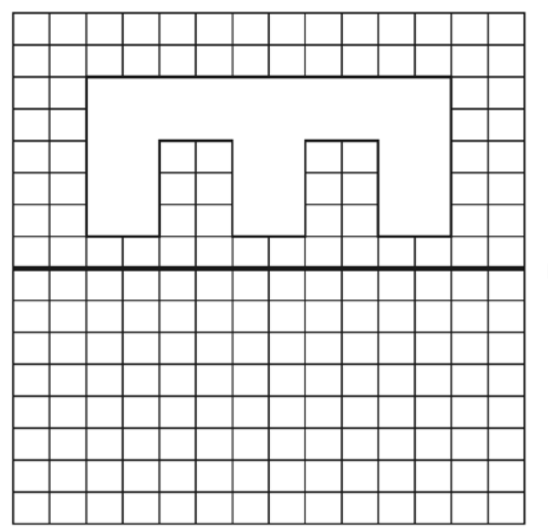
Desenvolvimento:

Reproduza e entregue para cada aluno uma folha do seguinte tipo:









Proponha que considerem a reta **r** como a representação de um espelho ou de um eixo de simetria e que desenhem, acompanhando os traços do papel, a figura refletida.

Solicite que comparem as duas figuras, a original e a refletida, e apresentem suas conclusões.

Para completar as informações sobre figuras simétricas, sugira que escolham pontos, segmentos e ângulos correspondentes, nas figuras, e:

- liguem dois pontos quaisquer que sejam correspondentes por meio de um segmento de reta, observem o ângulo formado pelo segmento e a reta **r** e verifiquem a distância de cada um dos pontos ao eixo de simetria.
- verifiquem a medida e a posição de segmentos e ângulos correspondentes nas duas figuras.

Para concluir, cada grupo escreve um processo para desenhar uma figura simétrica a outra em relação a um eixo de simetria, podendo utilizar régua, compasso e outros instrumentos.

Orientações ao professor

Após a exploração de todas essas situações, é importante organizar, com os alunos, as informações com relação à noção de simetria.

Espera-se que, ao comparar duas figuras simétricas, os alunos compreendam que propriedades envolvendo seus elementos como o número de lados, de ângulos e suas respectivas medidas permanecem os mesmos, assim como o número de vértices ao se tratarem de polígonos. A única mudança que pode ser observada é quanto à posição da figura e dos seus elementos no plano, pois sua forma permanece inalterada.

A fim de enriquecer a atividade, sugira que os estudantes inventem figuras, coloridas ou não, em diferentes tipos de malhas.

Variação 3. Imagens refletidas.

Material: papel milimetrado e quadriculado.

Nº de participantes: grupos de até quatro alunos.

Adequação: 6ª a 8ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- Desenhar uma figura simétrica a uma figura dada, em relação a uma reta.
- Reconhecer a conservação de algumas propriedades em figuras planas sujeitas a movimento de reflexão.

Conteúdos:

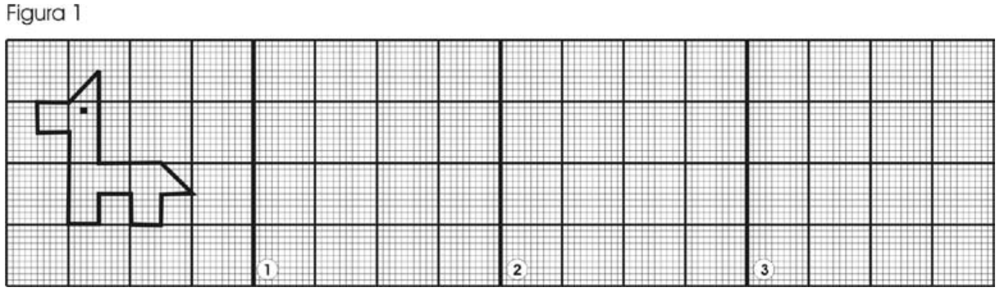
- Reflexão
- Translação
- Rotação

Desenvolvimento:

Solicite a cada aluno que:

a) copie em uma folha de papel quadriculado a figura seguinte:

Figura 1

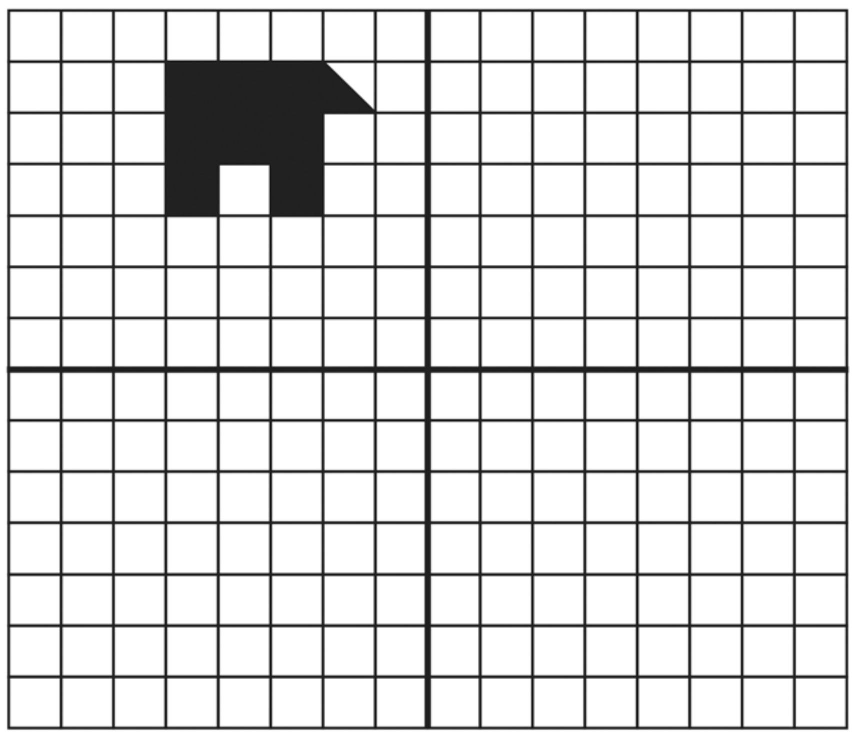


b) Acompanhando o quadriculado do papel, que faça a reflexão da figura utilizando os diversos eixos de simetria paralelos: 1, 2 e 3.

Em grupo, os alunos observam as diversas figuras, discutem e apresentam suas conclusões.

Discuta com os alunos sobre o que ocorre alternadamente com as figuras, ou seja, a cada duas reflexões consecutivas corresponde um deslocamento da figura no plano em que esta se apresenta na mesma posição, caracterizando uma **translação**.

Considere a figura a seguir e as duas retas perpendiculares.



Solicite aos estudantes que:

a) acompanhando o quadriculado do papel façam a reflexão da figura utilizando os dois eixos de simetria destacados;

b) observem as diversas figuras, discutam no grupo e apresentem suas conclusões.

Pergunte aos alunos o que ocorrerá quando fizerem a reflexão da quarta figura sobre o correspondente eixo de simetria, com relação à primeira figura.

Após a discussão sobre o que ocorre com o deslocamento das figuras nas quatros regiões do plano, informe aos alunos que esse deslocamento é diferente do observado no item anterior. Enquanto que no primeiro caso, a cada duas reflexões, a figura se deslocou sempre na mesma direção, neste caso, a cada duas reflexões, a figura foi mudando de direção, isto é, foi girando no plano, realizando uma **rotação**. Se achar necessário, informe também que a disposição da primeira e da terceira figuras, assim como a da segunda e da quarta, representam o que se chama uma **simetria central**, porque estão simétricas em relação a um ponto, o ponto de intersecção entre os eixos de simetria que por sua vez são perpendiculares. Se tomarmos dois pontos correspondentes quaisquer das duas figuras, eles apresentam a mesma distância em relação ao ponto de intersecção dos eixos.

Orientações ao professor

Para generalizar a noção de translação e rotação você pode apresentar outras situações menos particulares. Qualquer deslocamento da figura no plano sem modificar a sua direção e seu tamanho original representa uma translação e qualquer deslocamento em que haja mudança de direção, mantendo o tamanho original, ou seja, a figura gira no plano, é uma rotação.

Variação 4. Mosaicos e ornamentos.

Material: Papéis com malhas de diferentes tipos, lápis de cor, geoplano.

Nº de participantes: grupos de até quatro alunos.

Adequação: 5ª a 8ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

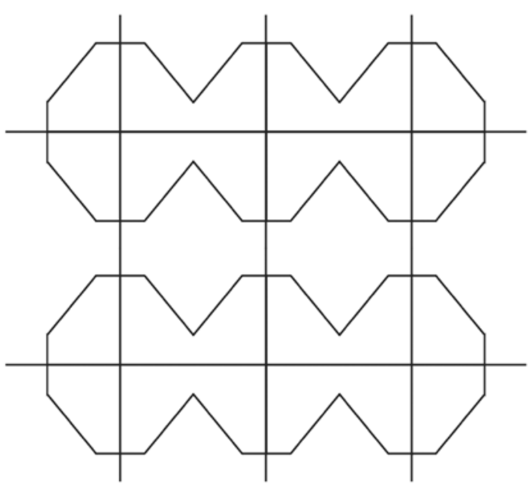
- Construir procedimentos para obter padrões geométricos e mosaicos, observando simetrias.

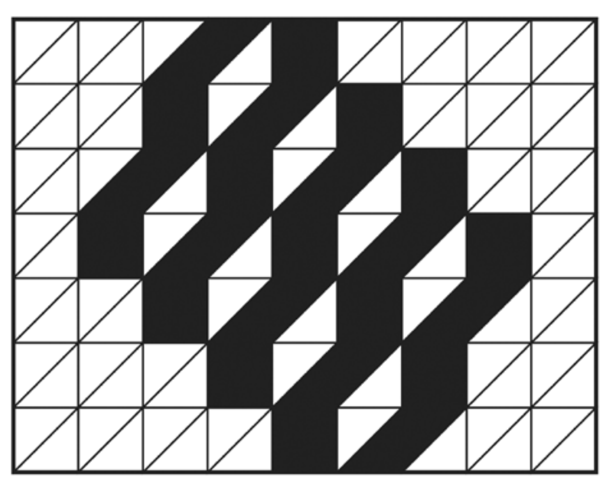
Conteúdos:

Procedimentos para obter padrões geométricos e mosaicos, observando simetrias.

Desenvolvimento:

Utilizando o geoplano, ou uma representação dele numa folha de papel, ou ainda diversos tipos de malhas e com lápis de cor, proponha que os alunos criem diferentes motivos e, usando a noção de simetria, façam alguns ornamentos e mosaicos. Como os que se seguem:





Troque os trabalhos entre os grupos para uma verificação e faça uma exposição deles na classe.

Orientações ao professor

O trabalho envolvendo transformações geométricas é bastante amplo e pode ser iniciado nas séries iniciais do ensino fundamental. Porém, ele pode ser desenvolvido de forma mais sistemática a partir da 5ª série.

Diversas são as situações em que as figuras e objetos se movimentam no plano e no espaço, sem mudar sua forma e suas propriedades métricas, mudando, na realidade, apenas sua posição. Os movimentos de reflexão, rotação e translação nos proporcionam a possibilidade de exploração de conceitos geométricos e ricos processos para se chegar neles. Nesta atividade estão sendo propostas algumas situações para a exploração intuitiva da noção de simetria axial e para a aplicação e composição de sucessivos movimentos de uma figura no plano para uma primeira verificação das relações entre simetria, rotação e translação.

Proposta 4: Os triângulos e suas propriedades [12]

Material: Palitos de sorvete (ou ripinhas de madeira), tachinhas, régua, serra, compasso, transferidor
Nº de participantes: grupos de até cinco alunos.
Adequação: 7ª e 8ª séries
Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- verificar, experimentalmente, a rigidez triangular e a propriedade relativa à desigualdade triangular;
- utilizar conhecimentos sobre elementos e propriedades dos triângulos.

Conteúdos:

- Ângulos de um triângulo
- Desigualdade triangular

Desenvolvimento:
Fase 1: A rigidez dos triângulos.
Divida a classe em grupos e peça a cada grupo que construa com os palitos de sorvete e as tachinhas:
a) um triângulo equilátero
b) um triângulo isósceles
c) um triângulo escaleno

As medidas vão ser determinadas por eles, que serrarão os palitos, ou ripas de madeira, no tamanho que decidirem.

Levante questões tais como:
a) É possível deformar algum triângulo sem quebrar a madeira ou despregar as tachinhas?
b) Pegando três pedaços de madeira de medidas variadas, sempre é possível construir um triângulo?
c) É possível montar dois triângulos diferentes com lados de mesma medida?

Em função de sua rigidez, o triângulo é usado em várias construções. Discuta exemplos com a classe.

Aproveite para ensinar como se usa um compasso para traçar um triângulo, dadas as medidas dos seus lados.

12. Atividade extraída de *Experiências matemáticas* – 6ª série.

Fase 2: Desafio.

1. Desafie a classe a construir um triângulo cujas medidas dos lados são 8 cm, 3 cm, 3 cm.

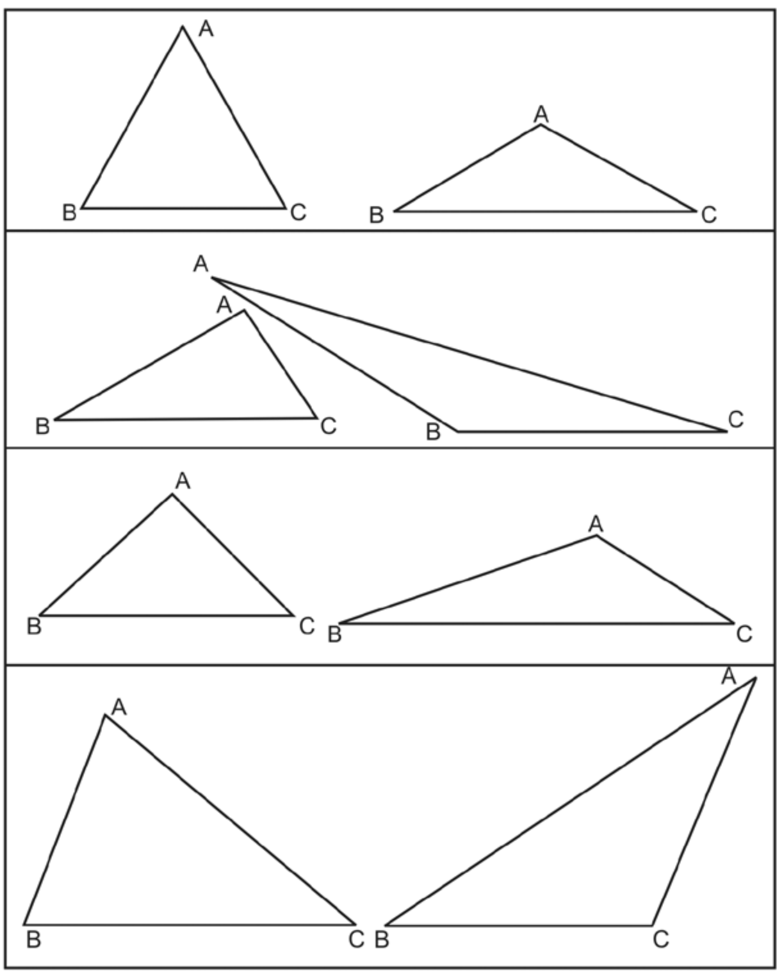
2. Discuta o porquê da impossibilidade dessa construção.

3. Solicite a cada grupo que registre no caderno todas as conclusões de suas experiências e informações obtidas.

Fase 3: Os triângulos e seus ângulos.

Peça aos alunos que:

1. em uma folha, desenhem os triângulos e a tabela seguintes:



	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
A								
B								
C								

2. meçam, com transferidor, os ângulos internos de alguns triângulos e anotem as medidas na tabela;

3. descubram as curiosidades na tabela. Algumas propriedades podem ser observadas.

Orientações ao professor:

Sintetize com eles as conclusões.

Fase 1:

a) Triângulos são figuras rígidas.

b) Não é possível construir dois triângulos diferentes quando são utilizadas as mesmas medidas.

c) A medida de um lado qualquer de um triângulo não pode ser maior que a soma dos outros dois.

Fase 2:

a) Ao maior lado do triângulo opõe-se o maior ângulo. (E ao menor ?)

b) Triângulos com três ângulos de 60 graus são equiláteros.

c) Triângulos com exatamente dois ângulos de mesma medida são isósceles (têm exatamente dois lados com a mesma medida).

d) A soma dos ângulos internos de cada um dos triângulos é 180 graus.

Variações e adequações às diferentes séries:

Variação 1. Algumas experimentações.

Material: Tábua, pregos, elásticos, folhas de revistas.

Nº de participantes: grupos de até quatro alunos.

Adequação: 6ª a 8ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- Verificar, experimentalmente, o teorema relativo à soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo.

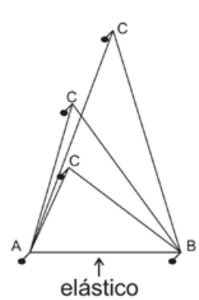
Conteúdos:

- Soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo.

Desenvolvimento:

Fase 1:

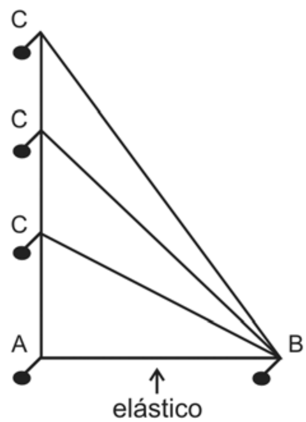
Convide os alunos a fazerem mais uma experiência junto com você. Numa tábua são colocados dois pregos em pontos que serão chamados de A e B.



Em volta dos pregos passa-se um elástico que será esticado (perpendicularmente à base) até um ponto a que chamaremos de C (ver figura).

Fase 2:

Vá fazendo perguntas tais como:



- O que acontece com as medidas dos ângulos A e B, internos ao triângulo, quando o elástico vai sendo puxado mais para cima: aumentam ou diminuem?
- E o que acontece com os triângulos se, pouco a pouco, formos soltando o elástico (diminuindo bastante altura do triângulo).

Fase 3: Para pensar.

Se fôssemos baixando o elástico, fazendo cada vez mais o vértice C se aproximar do lado AB, teríamos os ângulos da base (A e B) cada vez mais próximos do chamado ângulo raso (180^{o})?

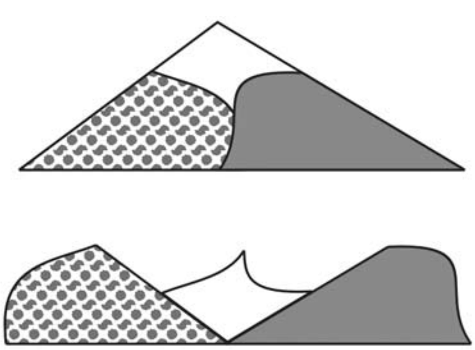
Fase 4:

Peça a cada aluno da classe que:

1. construa, com régua e compasso, um triângulo qualquer, com as medidas que desejarem;

2. pinte parte de cada uma das três regiões angulares e recorte o triângulo em três partes quaisquer, preservando os "ângulos" (bicos da figura);

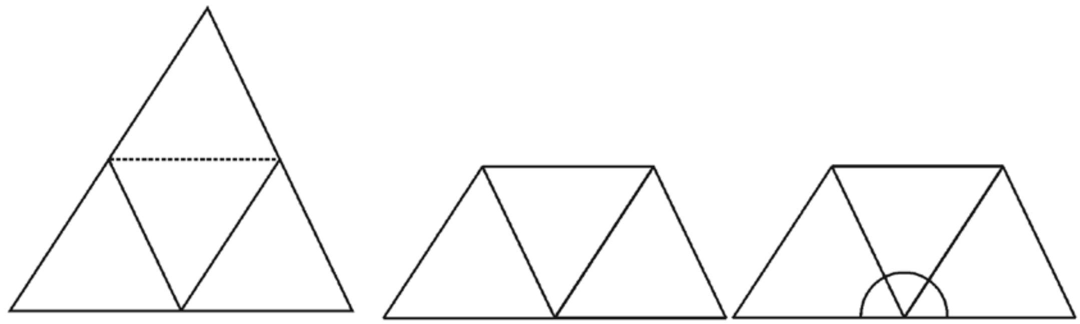
3. faça uma colagem desses pedaços;



4. escreva a conclusão que eles podem tirar em relação à soma desses ângulos.

Fase 5:

Verificar essa propriedade por meio de uma simples dobradura:



Orientações ao professor

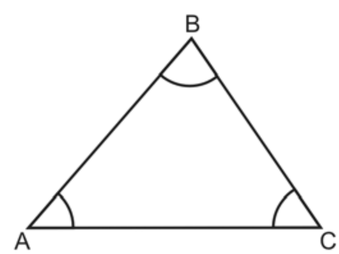
Comente com os alunos, que mesmo diante de dez, cem, mil experiências favoráveis não podemos nos assegurar de que elas são válidas sempre. A não ser que façamos o que, em matemática, chamamos de **demonstração**. Mas as experiências, a observação de propriedades que se repetem em vários casos nos dão "dicas" importantes para a construção dos conceitos matemáticos. Convide-os a fazer então o que vamos chamar nossa primeira demonstração:

Seja dado um triângulo qualquer.

Queremos mostrar que a soma das medidas de seus ângulos internos é igual a 180 graus.

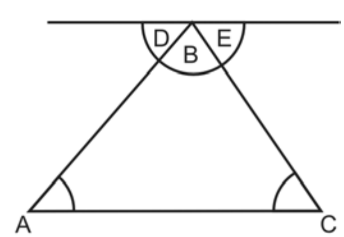
Essa é a nossa tese.

Ou seja: o que queremos provar!



Vamos fazer uma construção que vai nos ajudar.

Trata-se de traçar uma reta paralela à reta AC, passando por B.



Qual ângulo do triângulo tem a mesma medida que o ângulo D? Por quê?

E qual tem a mesma medida que o ângulo E? Por quê?

O que você conclui?

Variação 2. Triangulando.

Material: nenhum

Nº de participantes: grupos de até quatro alunos.

Adequação: 5ª a 7ª séries

Objetivo: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

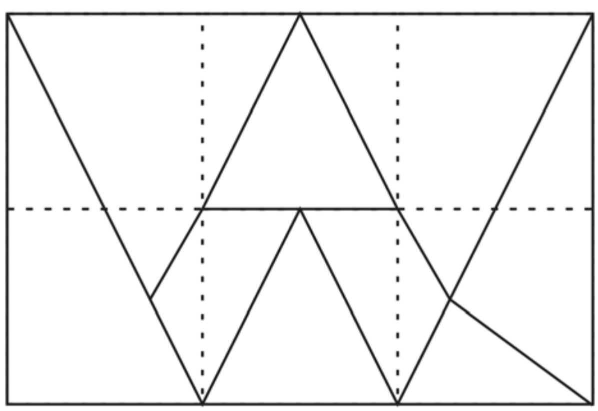
- Identificar as características de triângulos.

Conteúdos:

- Classificação de triângulos quanto aos lados e aos ângulos.

Desenvolvimento:

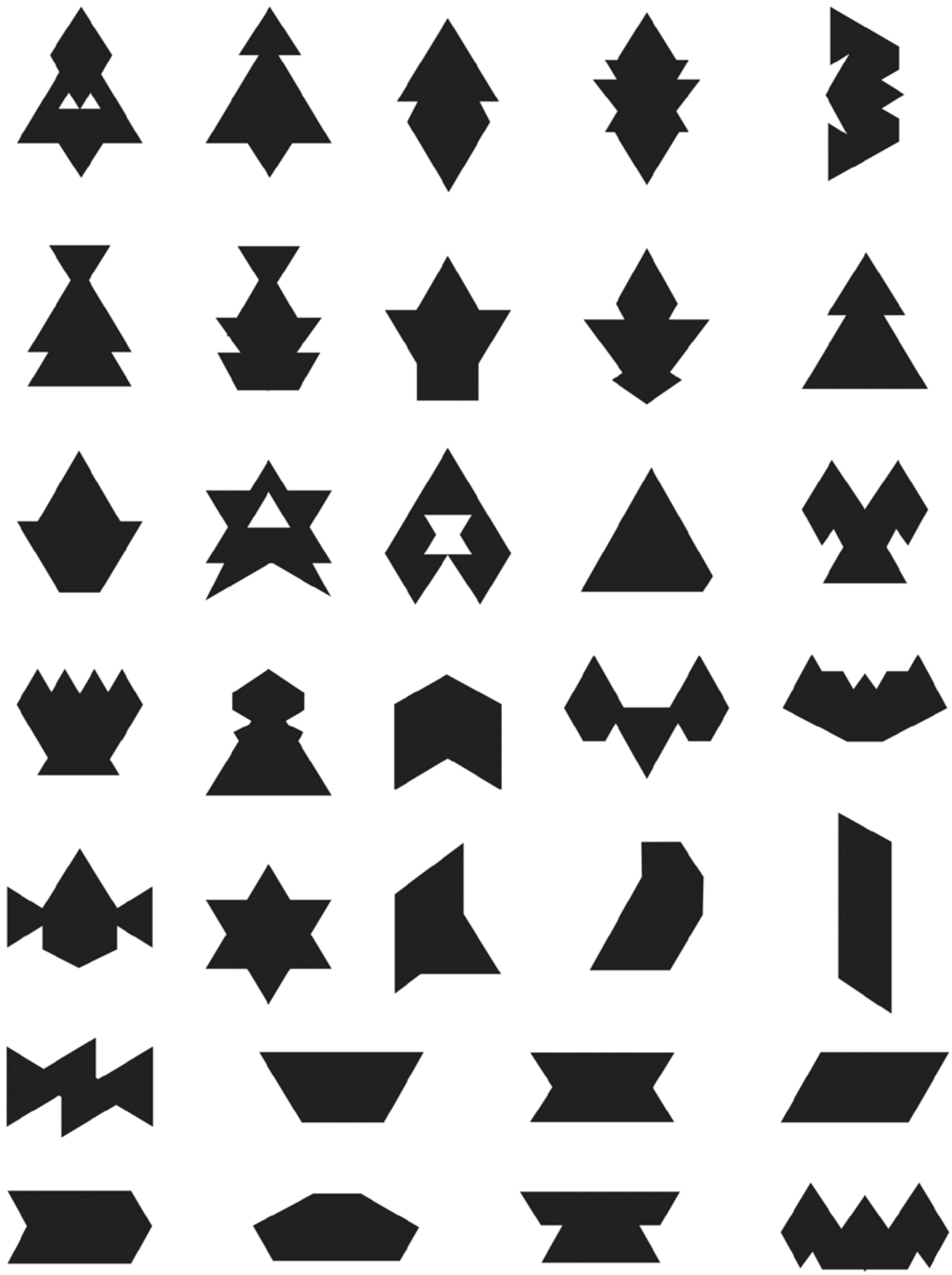
Fase 1: Peça a cada aluno que reproduza numa folha de cartolina o quebra-cabeça cujo modelo é o que segue:



Fase 2 : A seguir, faça perguntas tais como:

1. Das nove peças obtidas, quantas são triangulares?
2. Alguns dos triângulos são equiláteros?
3. Quais são escalenos?
4. Há triângulos retângulos? Quais?
5. E obtusângulos?

Fase 3: Proponha à classe que, usando as nove peças, monte algumas das figuras escolhidas entre os modelos a seguir:



Oficina de Resolução de Problemas

Proposta 1: Triângulo mágico

Material:. Uma folha como o modelo e seis fichas circulares numeradas de 1 a 6

Nº de participantes: duplas

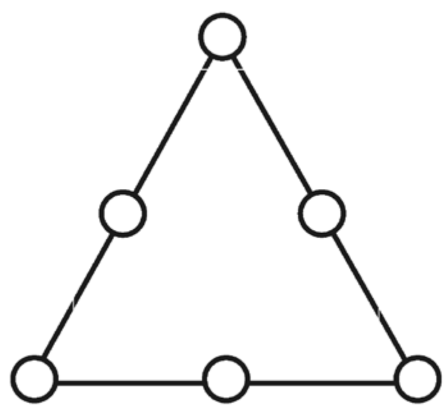
Adequação: 1ª a 4ª séries

Objetivo: Resolução **de problemas**

Desenvolvimento:

Primeiro diga aos alunos que iremos fazer um quebra-cabeça cujo nome é Triângulo Mágico e que ele recebe esse nome porque a soma dos números de cada lado dele é sempre a mesma.

Cada dupla recebe uma folha com o triângulo e seis fichas numeradas.



O primeiro desafio é colocar as fichas nos espaços em branco de forma que a soma dos números de cada lado seja 9.

Depois que todos conseguirem, peça que coloquem as soluções na lousa. O professor deve então analisar com os alunos as respostas, através de questionamentos como:

- Quais são os números que estão nos vértices? Eles devem perceber que são 1, 2 e 3, ou seja, os menores números da seqüência de 1 a 6.
- Que número está entre 1 e 2? Resposta 6.
- Que número está entre 1 e 3? Resposta 5
- Que número está entre 2 e 3? Resposta 4.

O segundo desafio é colocar as fichas nos espaços em branco de forma que a soma dos números de cada lado seja 10.

Depois que todos conseguirem, colocam as soluções na lousa. O professor deve então analisar com os alunos as respostas, através de questionamentos como:

- Quais são os números que estão nos vértices? Eles devem perceber que são 1, 3 e 5, ou seja, os números ímpares da seqüência de 1 a 6.
- Que número está entre 1 e 3? Resposta 6.
- Que número está entre 1 e 5? Resposta 4
- Que número está entre 3 e 5? Resposta 2.

O terceiro desafio é colocar as fichas nos espaços em branco de forma que a soma dos números de cada lado seja 11.

Depois que todos conseguirem, colocam as soluções na lousa. O professor deve então analisar com os alunos as respostas, através de questionamentos como:

- Quais são os números que estão nos vértices? Eles devem perceber que são 2, 4 e 6, ou seja, os números pares da seqüência de 1 a 6.
- Que número está entre 2 e 4? Resposta 5.
- Que número está entre 2 e 6? Resposta 3
- Que número está entre 4 e 6? Resposta 1.

O quarto desafio é colocar as fichas nos espaços em branco de forma que a soma dos números de cada lado seja 12.

Depois que todos conseguirem, colocam as soluções na lousa. O professor deve então analisar com os alunos as respostas, através de questionamentos como:

- Quais são os números que estão nos vértices? Eles devem perceber que são 4, 5 e 6, ou seja, os maiores números da seqüência de 1 a 6.
- Que número está entre 4 e 5? Resposta 3.
- Que número está entre 4 e 6? Resposta 2
- Que número está entre 5 e 6? Resposta 1.

O quinto desafio é colocar as fichas nos espaços em branco de forma que a soma dos números de cada lado seja 13. Os alunos descobrem depois de algum tempo que é impossível conseguir essa soma.

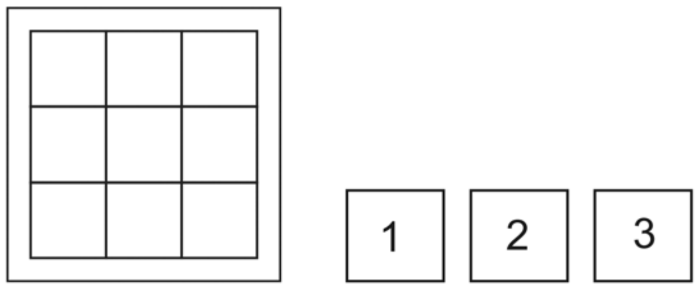
O sexto desafio é colocar as fichas nos espaços em branco de forma que a soma dos números de cada lado seja 8. Os alunos descobrem depois de algum tempo que é impossível conseguir essa soma.

Os alunos devem perceber ao final se a seqüência fosse de 2 a 7 conseguiriam a soma 13 e se a seqüência fosse de 0 a 5 conseguiriam a soma 8.

Proposta 2. Quadrado mágico

Material: uma folha como o modelo, cujos quadrados meçam 4 cm x 4 cm.
um conjunto de fichas quadrangulares de 4cm x 4cm, numeradas de 1 a 9, como o modelo.

Modelo



Nº de participantes: duplas.

Adequação: 3ª e 4ª séries

Conteúdos:

- Relações entre números que formam um quadrado mágico.
- Observação de regularidades na distribuição dos números pelas linhas e colunas do quadrado.
- Emprego de raciocínio combinatório.

Desenvolvimento:

Cada dupla deve preparar um conjunto do material proposto, em seguida o professor coloca na lousa os seguintes problemas:

Problema 1: Distribuam as fichas sobre o quadriculado de modo que:

a) na primeira fileira o número formado seja o sucessor de 833.

b) na segunda fileira o número formado seja antecessor de 160.

c) na terceira fileira a soma dos algarismos do número formado seja igual à soma dos algarismos do número da fileira anterior.

Terminada a distribuição das fichas, confiram se em todas as fileiras (linhas e colunas) a soma dos algarismos é a mesma. Confiram também a soma dos algarismos nas diagonais, se todas derem o mesmo resultado vocês descobriram a soma mágica desse quadrado. Qual é ela? Se as somas não forem todas iguais, façam as modificações que julgarem convenientes de modo a igualá-las.

Problema 2: Copiem em seu caderno o quadrado mágico montado. Em seguida, façam nova distribuição das fichas sobre o quadriculado de modo a obter novamente a soma mágica. Depois, copiem esse novo quadrado mágico em seu caderno.

Continuem fazendo novas distribuições de fichas e encontrando novos quadrados mágicos, sempre com a mesma soma mágica em suas linhas, colunas e diagonais. Copiem em seu caderno todos os quadrados encontrados.

Problema 3: Recortem quatro dos quadrados mágicos que encontraram e, com eles, formem um novo quadrado. Verifiquem se este quadrado é mágico e qual é sua soma mágica.

Proposta 3: Um quadrado especial

Material: cartelas quadradas com os algarismos de 0 a 8, confeccionadas pelos alunos.

Nº de participantes: grupos de quatro alunos

Adequação: 1ª a 4ª séries

Objetivos:

- estabelecer relações entre números que formam "um quadrado mágico";
- verificar, no quadrado mágico, aplicações de propriedades da adição e da multiplicação.

Conteúdo: problema não convencional envolvendo a adição de números naturais.

Desenvolvimento:

Os grupos de alunos devem construir um quadrado mágico, de modo que a soma nas colunas, linhas e diagonais seja 12.

Ao final da atividade, podemos discutir as soluções seguindo as idéias abaixo:

Fase 1: Socializar as possíveis soluções, possibilitando ao aluno perceber regularidades que permitem estabelecer relações entre as diferentes respostas para essa proposta. As regularidades identificadas poderão ser testadas em outras propostas.

Fase 2: Escolher uma das soluções da proposta um e propor que se adicione a cada número escrito nas quadrículas um mesmo número. Por exemplo, 10.

- O que acontecerá com a soma em cada linha, coluna e diagonais?

Fase 3: Escolher uma das soluções da proposta um e propor que multipliquem cada número escrito nas quadriculas por uma mesma quantidade. Por exemplo, 3.

- O que acontecerá com a soma em cada linha, coluna e diagonais?

Orientações ao professor

Ao propor aos alunos que construam um conjunto do material a ser utilizado nas atividades, o professor poderá explorar alguns aspectos de geometria e de medidas, discutindo quais seriam os métodos mais econômicos para a elaboração do material.

As referências que fazemos às fileiras têm o propósito de deixar que os alunos usem sua concepção de "fileira", podendo ser linha ou coluna.

Durante a resolução do problema 1 é interessante discutir, nos pares, a colocação dos algarismos restantes de modo a obter a soma mágica em todas as linhas, colunas e diagonais.

Durante a resolução do problema 2 pode-se incentivar os alunos, nos pares, a iniciarem observações sobre as relações entre os algarismos e suas posições no quadrado. Isso pode ser feito por meio de questionamentos do tipo: como são os algarismos que ficam nos cantos dos quadrados? Como são os que ficam na parte central? Como é o que fica no meio? Qual relação podemos estabelecer entre a soma mágica e esse número? Essa última questão tem o propósito de destacar o fato de que o número central corresponde à terça parte da soma.

Quanto aos diferentes quadrados obtidos, questionar sobre as semelhanças e as diferenças que existem entre eles. Quando notarem que fica fácil montar outros quadrados apenas fazendo trocas de posição convenientes, entre as linhas ou colunas, o professor poderá comentar sobre o total de possibilidades dessas trocas, determinando, então, quantos quadrados diferentes podem ser montados com esses algarismos e que tenham soma mágica igual a 15.

Durante a resolução do problema 3 algumas das discussões sobre as variações de posição e a obtenção do total de possibilidades podem ser retomadas, nos pares.

No problema 4, é importante que as conclusões do grupo a respeito de qualquer uma das fases propostas sejam registradas para que os alunos percebam as relações que estão sendo enfatizadas.

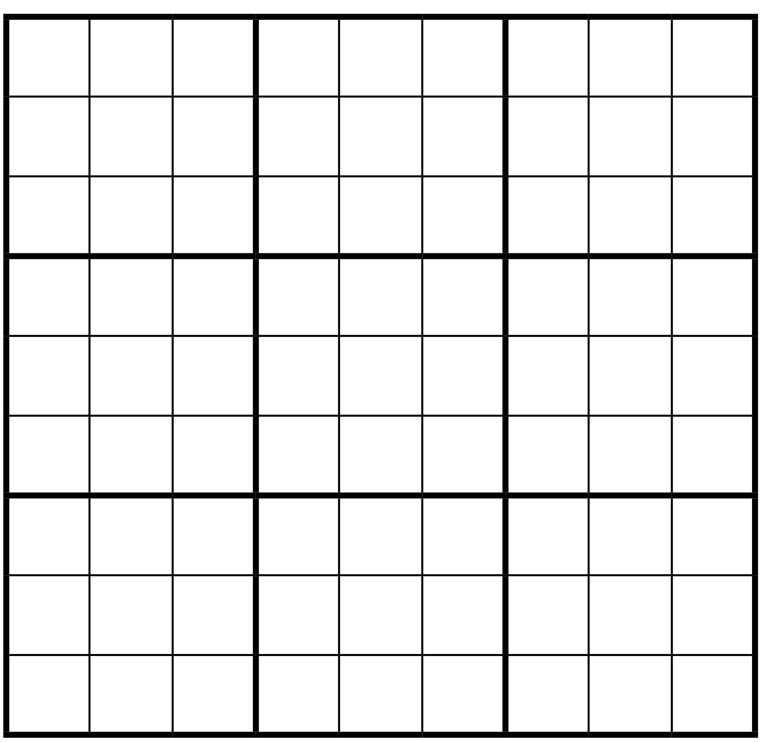
Essas propostas desencadeiam uma postura de investigação, com elaboração de novas perguntas que conduzem o aluno à busca de novas soluções.

Sugestões de questionamentos:

Nas fases 2 e 3 foram sugeridas discussões relativas à adição e multiplicação. Esses resultados também ocorrem com as outras operações?

É possível construir quadrados mágicos com outros números?

Proposta 4 - Sudoku



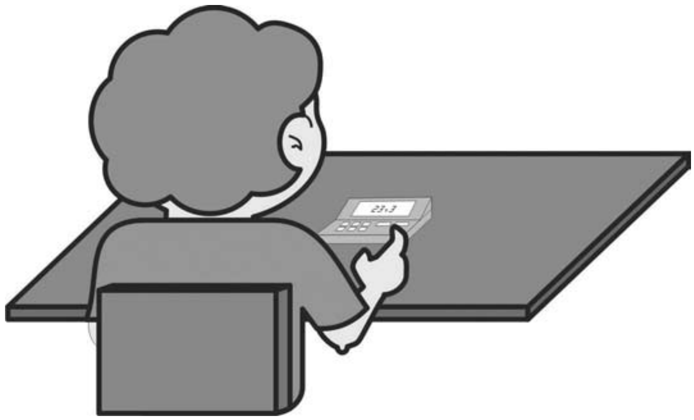
Atividade:

5		1	3		7	2		9
	6		1		9		5	
9	5			6			4	2
2	7			5			1	8
	3		6		5		8	
8		5	4		2	3		6

Solução:

5	8	1	3	4	7	2	6	9
3	6	7	1	2	9	8	5	4
4	2	9	5	8	6	1	3	7
9	5	3	8	6	1	7	4	2
6	1	8	2	7	4	5	9	3
2	7	4	9	5	3	6	1	8
1	4	6	7	3	8	9	2	5
7	3	2	6	9	5	4	8	1
8	9	5	4	1	2	3	7	6

Proposta 5. Desafios maquinados



Material: uma calculadora simples por aluno

Nº de participantes: duplas

Conteúdos:

- Cálculos com as quatro operações, envolvendo números naturais ou números decimais.
- Emprego de operações inversas.
- Emprego de estimativas.
- Exploração e interpretação de resultados de operações.

Desenvolvimento*:* Cada dupla discutirá os problemas propostos para obter um consenso sobre o processo mais econômico de resolução a fim de apresentá-los à sala. O professor colocará os seguintes problemas na lousa:

Problema 1. Cada dupla deve elaborar cartões como os abaixo.

352 + 74	382 – 191	495 – 42	455 + 22
143 + 265	583 – 223	38 + 198	298 + 195

Fazendo apenas uma estimativa, escrever no verso de cada cartão de qual número o resultado está mais próximo: de 100? De 200? De 300? De 400? Ou de 500?

Depois, conferir com a calculadora. Contar um ponto por acerto.

Problema 2. Descobrir o menor número possível de teclas a se apertar para inverter os algarismos dos seguintes números: 15, 35, 59, 95. Para cada número invertido, escreva as teclas que apertou. Conte 1 ponto toda vez que apertar menos de cinco teclas.

Problema 3. Faça aparecer 100 no visor de uma calculadora em que nem todas as teclas estão funcionando. Na tabela abaixo estão indicadas, em cada linha, as teclas que estão funcionando em cada caso. Complete-a com as teclas que apertar para fazer aparecer o 100 .

Teclas que funcionam					*Teclas que apertaram*
4	*5*	+	*x*	=	
4	*8*	+	*x*	=	
1	*9*	+	*x*	=	
0	*2*	+	*x*	=	

Compare sua tabela com as das outras duplas e conte um ponto para cada vez que apertou menos teclas para obter o resultado.

Problema 4. Usando sua calculadora, determinar o quociente inteiro e o resto das divisões:

a) 1.325 : 12 b) 45.678 : 123 c) 39.483 : 321

Conte um ponto por acerto.

Problema 5. Coloque 1 no visor da calculadora; agora, usando a mesma multiplicação sucessivas vezes, faça aparecer no visor 0,5; 0,25; 0,125; 0,0625; 0,03125; 0,015625. Por quanto multiplicou? Quantas vezes?

Coloque novamente o 1 no visor; agora, usando a mesma divisão sucessivas vezes, faça aparecer no visor 0,5; 0,25; 0,125; 0,0625; 0,03125; 0,015625. Por quanto dividiu? Quantas vezes?

Conte um ponto por acerto.

Problema 6. Deixei cair um pingo de tinta sobre minha lição, agora tenho que descobrir o número que o borrão está escondendo. Use sua calculadora e descubra-o por mim.

$$\mathbf{0{,}2^{\ast} = 0{,}0000128}$$

Observe o número de casas decimais do resultado e o expoente encontrado. Você acha que isso é coincidência ou acontece sempre? Por quê?

Aqui, conte dois pontos por acerto.

Orientações ao professor: A utilização de calculadora em propostas de ensino/aprendizagem de Matemática vem sendo defendida há muitos anos por pesquisadores e educadores matemáticos em todo o mundo. É fato comprovado que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação, e assim, é com esse propósito que sugerimos esses problemas.

A pontuação proposta para cada problema é um modo de estimular a busca pelo processo mais econômico de resolução e pode ser usada para se determinar a(s) dupla(s) vencedora(s) dos desafios.

Esses problemas podem ser apresentados em diferentes momentos, não sendo conveniente serem todos propostos de uma única vez. Podem-se também fazer adequações dos problemas às diferentes séries propondo números maiores ou menores.

No problema 6, incentive os alunos a testarem suas hipóteses com vários outros números decimais antes de fornecer a resposta às questões.

Proposta 6: Alvo

Material: calculadora

Nº de participantes: duplas

Objetivos:

- Explorar o sistema de numeração decimal.
- Efetuar multiplicações por cálculo mental.
- **Trabalhar com estimativa.**

Conteúdos:

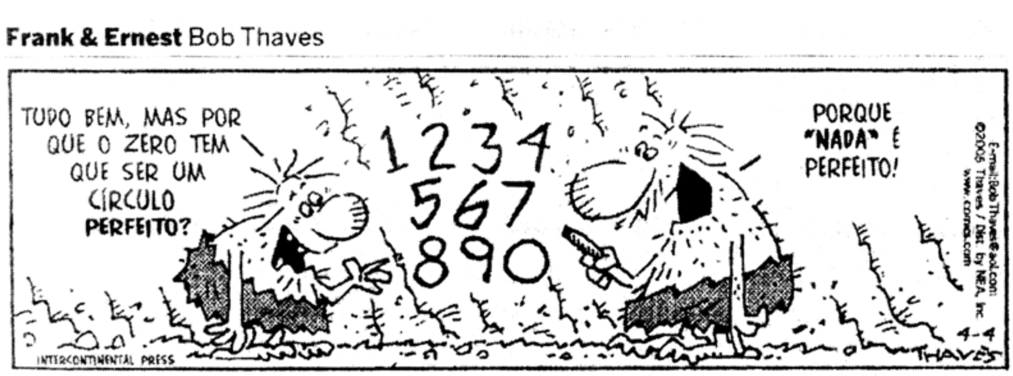
- Sistema de numeração decimal
- Multiplicação

Desenvolvimento:

Dê aos alunos um intervalo como Alvo – por exemplo: 2.000 – 2.100 – e um valor de partida, digamos 36.

Nas duplas, cada aluno deve colocar 36 em sua calculadora e tentar multiplicar esse número por outro de modo que o resultado da multiplicação esteja dentro do intervalo mencionado como alvo.

Proposta 7: Quatro passos para zero.



Material: Calculadora.

Nº de participantes: duplas

Objetivos:

- Explorar o sistema de numeração decimal.
- Explorar as quatro operações.

Conteúdos:

- Sistema de numeração decimal
- As quatro operações

Desenvolvimento:

- Escolha um número de quatro algarismos para os alunos colocarem em suas calculadoras.
- A tarefa deles é reduzir esse número a zero em apenas quatro passos.
- Eles podem usar todas as quatro operações (+, -, x ou :) e número de dois algarismos.

Exemplo: 6.724

6.724 – 24 = 6.700

6.700 : 67 = 100

100 : 10 = 10

10 – 10 = 0

Proposta 8: Andando para 1

Material: calculadora

Nº de participantes: duplas

Objetivos:

- Explorar o sistema de numeração decimal.
- Explorar as quatro operações.

Conteúdos:

- Sistema de numeração decimal
- As quatro operações

Desenvolvimento:

- Escolha um número maior que 40 (por exemplo, 46).
- Escolha um número de um algarismo (por exemplo 4) como número-chave.
- Usando apenas as teclas (+, -, x, :) e o número-chave, tente reduzir o número escolhido a 1 no menor número de passos possível.
- O número-chave pode ser pressionado mais que uma vez ou multiplicado por 10, 100 para compor outros números.

Exemplo: 46

46 + 44 = 90

90 x 4 = 360

360 + 44 = 404

404 + 40 = 444

444 : 444 = 1

(cinco passos)

Orientações ao professor:

A calculadora é um instrumento de trabalho que possibilita ao aluno:

- centrar a atenção nos processos de resolução de problemas mais do que nos cálculos associados aos problemas;
- explorar, desenvolver e consolidar conceitos incluindo estimativa, cálculo, aproximação e propriedades;
- realizar experiências com idéias matemáticas e descobrir padrões;
- ter acesso à Matemática sem que o nível de desembaraço no cálculo constitua uma condicionante decisiva.

Essas são algumas razões que nos levam a refletir sobre a importância de inserir no trabalho de construção do conhecimento matemático, o uso da calculadora.

Proposta 9 : Diversões matemáticas [13]

Material: papel sulfite, palitos de fósforos.

Nº de participantes: grupos com até quatro alunos.

Adequação: 2ª a 8ª séries

Objetivos: Proporcionar ao aluno a possibilidade de:

- Desenvolver a perseverança na busca de soluções.
- Demonstrar curiosidade e interesse para resolver situações matemáticas.
- Interessar-se pelas diferentes estratégias de resolução de problemas.

Conteúdos:

- Vários.

Desenvolvimento:

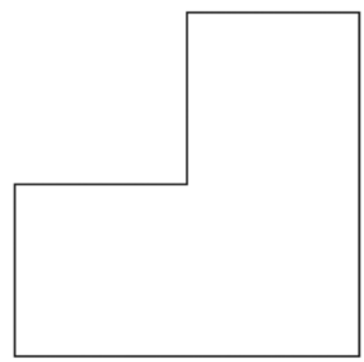
Fase 1: Confecção de material.

Peça a cada aluno que reproduza em folhas de papel sulfite as fichas seguintes:

13. Jogo extraído do *Experiências matemáticas* – 8ª série.

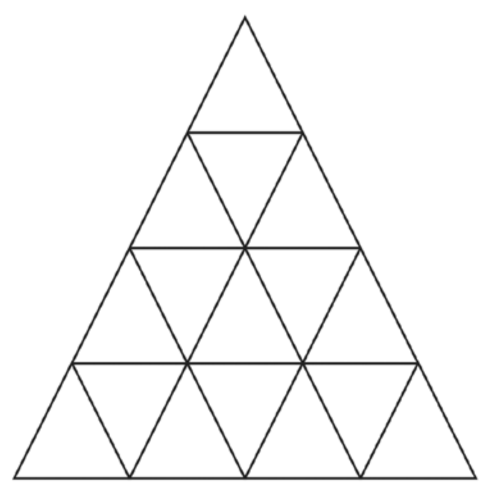
Ficha 1: Dividindo em partes iguais

Tente dividir a figura em quatro partes iguais.



Ficha 2: Procurando triângulos

Quantos são os triângulos da figura?



Ficha 3: Números cruzados

Os números cruzados funcionam como as palavras cruzadas. Em cada quadradinho da malha retangular, escreve-se um algarismo de modo que possa ler o número horizontalmente e verticalmente. Os quadradinhos que não são preenchidos com nenhum algarismo são sombreados.

1. Fazendo números cruzados

	1	2	3	4	5
1					
2					■
3		■			
4					

Horizontal

1) 6.093x2
2) Número compreendido entre 7.453 e 7.499
3) Número de dias de um ano bissexto
4) 27x38x14

Vertical

1) Número cujo algarismo das dezenas é 2
2) Número divisível por 8
3) Dezenove centenas e 33 unidades
4) A soma dos algarismos é 20
5) Quadrado de um número natural

2. Escrevendo propriedades

Agora você vai tentar escrever as "propriedades" para os números que estão na grade.

Para isso é preciso seguir as seguintes convenções:

Nenhuma escrita do número pode começar por 0 (zero)

A solução é única.

Os números são escritos no sistema de numeração decimal. Caso contrário, é mencionada a base.

	1	2	3	4
1	1	3	5	■
2	4		4	8
3	4	■	5	0

Horizontal

1)
2)
3)

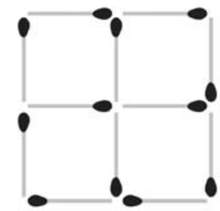
Vertical

1)
2)
3)

3. Invente um problema de números cruzados.

Ficha 4: Brincando com os palitos de fósforos. [14]

1. Quadrados



a) Quantos quadrados há na figura?
b) Retire dois palitos e forme três quadrados.
c) Desloque três palitos e forme três quadrados.
d) Retire dois fósforos para deixar só dois quadrados.

2. Triângulos

a) Retire três palitos e forme três triângulos eqüiláteros.
b) Desloque quatro fósforos e forme três triângulos eqüiláteros.

Ficha 5: Quantos dias você trabalha?

Leia o texto a seguir:

> – Rapaz, que pressa é essa?
> – Vou ao trabalho, já estou atrasado.
> – Trabalho? Não me diga que você trabalha?
> – Claro que trabalho. E você, não trabalha?
> – Nem eu, nem você.
> – Calma lá, eu trabalho.
> – Então vamos ver. Quantas horas você trabalha por dia?
> – 8 horas.
> – E quantas horas tem o dia?
> – 24 horas.
> – Muito bem. O ano tem 365 dias de 24 horas. Se você trabalha 8 horas por dia, logicamente você trabalha 1/3 do dia. E 1/3 de 365 dias são 121. Você trabalha 121 dias por ano.
> – Isso mesmo.
> – E quantos domingos há no ano?
> – 52.
> – Então, 121 menos 52 são 69.
> – É isso mesmo.
> – Você trabalha 69 dias por ano.
> – Quantos dias de férias você tem?
> – 30.

14. Extraído da coleção *O prazer da Matemática* - Pierre Berloquin - *100 jogos geométricos* - Gradiva.

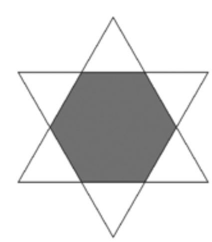
– Logo, 69 menos 30 são 39. Portanto, você trabalha 39 dias por ano.
– ???
– Contando o Natal, Ano Novo, Sexta–Feira Santa, Carnaval, Corpus Christi, dias pátrios, aniversário da cidade e outros, temos 12 dias feriados, nos quais não se trabalha. Assim, 39 menos 12 são 27 dias.
– ???
– Sábado você trabalha meio dia. Meio dia durante o ano são 26 dias, não é verdade?
– Exato!
– 27 menos 26 é 1. Você trabalha 1 dia por ano.
– Aí é que está seu engano. Esse dia de sobra é o 1º de maio, Dia do Trabalho e nesse dia ninguém trabalha.
Você concorda que uma pessoa que trabalha 8 horas por dia não trabalha? Justifique sua resposta.
Confira os argumentos, conferindo etapa por etapa e tente descobrir o erro.

Ficha 6: Resolvendo problemas.

Problema 1. Um leiteiro tem apenas a sua lata de leite e as medidas de 5 litros e de 3 litros para servir os seus fregueses. Como poderá obter 1 litro, sem desperdiçar nenhum leite?

Problema 2. Um elevador pode carregar no máximo 450 kg. Devem ser transportadas 50 pessoas de 70 kg. Qual será o número mínimo de viagens?

Problema 3. Considere dois triângulos eqüiláteros cujos lados medem 15 cm. Os dois triângulos formam uma estrela regular com seis pontas. Qual é a área da região sombreada?



Problema 4. A biblioteca de uma cidade funciona todos os dias. A pessoa A vai à biblioteca a cada três dias e a pessoa B vai a cada quatro dias. A e B encontram-se em 1º de abril de 1992, quarta-feira, na biblioteca. Qual é a primeira sexta-feira em que elas voltarão a se encontrar?

Orientações ao professor:

As atividades propostas abordam mágicas, truques, enigmas, piadas baseadas em Matemática e que são entretenimentos em reuniões sociais.

Convide os alunos a pesquisarem em revistas (como *Superinteressante*, coleções *Edições de Ouro*, etc.) ou livros paradidáticos assuntos desse tipo, que poderão compor uma seção do jornal mural.

Referências

Jogos:
www.danielcerebro.kit.net/index.htm
www.danielcerebro.kit.net/index.html
www.klickeducacao.com.br
www.sercomtel.com.br
www.matematicahoje.com.br
www.mathema.com.br
www.somatematica.com.br/jogos.php
www.eduquenet.net/jogosmatematicos.htm

História da Matemática:
www.mat.ufrgs.br/~portosil/histo1.html
www.sercomtel.com.br/matematica

Geometria:
www.atractor.pt/simetria/
www.atractor.pt
www.pro.ufjf.br/desgeo/Trabalhos/Art_TOGS.pdf (partenon)
www.terravista.pt/Bilene/4331/geometria.htm - CALDONAZO, L. Geometria

Publicações:
Coleção Matemática Ensino Fundamental CAEM – USP. Volume 1 a Volume 7.
www.ime.usp.br/~caem/publicacoes.php

Revista do professor de Matemática - SBM
www.rpm.org.br/novo/home.htm

Programa de Estudos e Pesquisas no Ensino da Matemática do CCE da PUCSP
www.proem.pucsp.br

BERLOQUIN, P. *Cem jogos numéricos*. Trad. Luis Felipe Coelho. Lisboa: Gradiva.

______. *Cem jogos lógicos*. Trad. Luis Felipe Coelho. Lisboa: Gradiva, 1991.

BOLT, B. *Actividades matemáticas*. Trad. Leonor Moreira. Lisboa: Gradiva, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 1º e 2º ciclos*. Brasília: 1997.

______. ______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Temas transversais, 3º e 4º ciclos*. Brasília: 1998.

______. ______. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 3º e 4º ciclos*. Brasília: 1998.

______. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: 1999.

FUNDAÇÃO para o Desenvolvimento da Educação. *Diário de classe - 5 Matemática*. São Paulo: 1994.

GUZMÁN, M. *Aventuras matemáticas*. Trad. João Felipe Queiró. Gradiva. Lisboa, 1991.

______. *Contos com contas*. Trad. Jaime Carvalho e Silva. Lisboa: Gradiva, 1991.

KARLSON, P. *A magia dos números*. Porto Alegre: Globo, 1961.

MARQUES, J. *Desenho geométrico*. Universidade Federal de Londrina. Departamento de Matemática. Disponível em: www.mat.uel.br/dg/index.htm.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Experiências matemáticas*. São Paulo: 1984.

______. ______. ______. *Prática pedagógica: Matemática 1º grau* (vols. 1 a 4). São Paulo: 1993.

______. ______. ______. *Proposta curricular para o ensino de matemática: 2º grau*. 3. ed. São Paulo: 1992.

______. ______. ______. *Diretrizes para a Escola de Tempo Integral*. São Paulo: 2006.

TRANSFORMAÇÕES no ensino da matemática: a experiência positiva de professores do pólo 4. Campos, T. M. (Coord.). Coleção PROEM. São Paulo: PUC, 1998.